mat
MATILDE

Tema:
Matematik, kunst og arkitektur

NYHEDSBREV FOR DANSK MATEMATISK FORENING

NR. 17 JUNI 2003

Af: Carsten Lunde Petersen,
IMFUFA,
Roskilde Universitetscenter,
Postboks 260
4000 Roskilde
e-mail: lunde@ruc.dk

Matematik i Arkitektur, Kunst og Musik

Matematikkens rødder findes i matematikkens anvendelser og en væsentlig del af matematikkens berettigelse i næsten enhver undervisningssammenhæng er at den sætter eleverne/ de studerende i stand til "at regne den ud". Det glemmer man let, når man sidder med grundforskning uden praktiske anvendelser lige om hjørnet. Derfor finder jeg det opløftende ind imellem at blive mindet om hvor stort et potentiale matematik har både som problemformulerings og problemløsnings værktøj. Med dette nummer lægger vi ud med matematikkens rolle i de traditionelle æstetiske fag.

Hermed åbner Matilde for et emne der har potentiale til en føljeton. Vi har fået overvældende positiv respons fra potentielle artikelforfattere og lovning på meget mere end vi har mulighed for at bringe i dette nummer. Vi vil derfor vende tilbage med enkeltstående artikler over emnet både i de følgende numre og i senere temanumre.

Det der slår mig mest som tema-medredaktør er den imødekommenhed og entusiasme omkring matematik vi er blevet mødt med uden for de traditionelle matematiske miljøer. I en tid hvor det halve land har vendt sig mod akademisk virke og hvor matematik i særdeleshed er Prügelknabe fordi det bruges som sorteringsfilter, er det opmuntrende at møde fagfolk uden for matematikkens egen verden, som i den grad værdsætter de muligheder matematikken byder på som problemløser og forklarende element. Tag for eksempel Marianne Marcussen fra kunsthistorie på KU, der hvert år forklarer de nye måbende studerende at Michelangelos skønne billeder ikke bare kom væltende ud af hånden som ved guddommelig åbenbaring, men derimod er resultatet af geometrisk/matematisk modellering, målinger og beregninger (sammen med godt håndværk og hårdt arbejde forstås). Jeg glæder mig til at modtage flere artikler om matematiks samspil med omverdenen både som her i arkitektur og kunst og i andre sammenhænge.

Glædeligt er det også at kaste blikket mod vort broderland Norge, hvor de i skrivende stund tildeler Abelprisen, matematikkens nyindstiftede "Nobel"-pris i Matematik til Jean-Pierre Serre. Glædeligt fordi Serre er en værdig prismodtager og glædeligt fordi den Norske stat tør være visionær og satse stort på matematik også i en tid hvor matematik på globalt plan er trængt af en vigende tilgang af studerende. Det er lykkedes Matildes interviewreporter at få et interview med prismodtageren i forbindelse med prisoverrækkelsen. Samtidigt erhvervede Matilde sig retten til sammen med Norsk Matematisk forening at få interviews med prismodtagerne i årene fremover. Interviewet vil blive bragt i næste nummer af Matilde og simultant i Normat.

mat

Matilde – Nyhedsbrev for Dansk Matematsik Forening medlem af European Mathematical Society

Nummer 17 – JUNI 2003

Redaktion:

Martin Raussen,
AAU (ansvarshavende)

CARSTEN LUNDE PETERSEN, RUC
POUL HJORTH, DTU
(TEMAREDAKTØRER)

Tage Bai Andersen, AU
Carsten Lunde Petersen, RUC
Jørn Børling Olsson, KU
Poul Hjorth, DTU
Mikael Rørdam, SDU
Carl Winsløw, DPU

Adresse:

Matilde
Matematisk Afdeling
Københavns Universitet
Universitetsparken 5
2100 København Ø

Fax: 3532 0704
e-post:
matilde@mathematics.dk
URL:
www.matilde.mathematics.dk

ISSN: 1399-5901

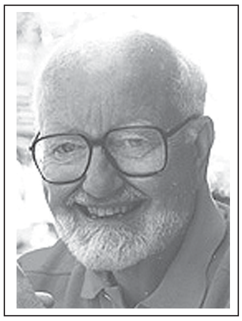
Matilde udkommer 4 gange om året

Indlæg til næste nummer skal være redaktionen i hænde senest 26. september 2003.

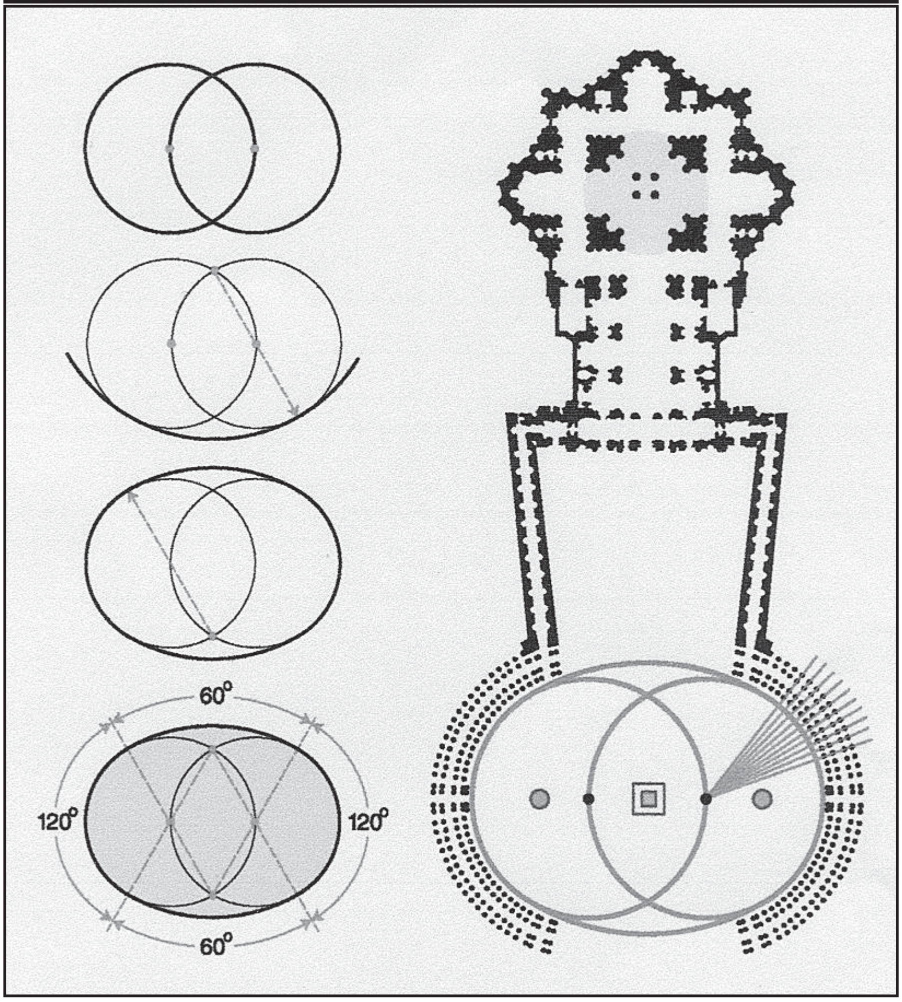
Indhold:

Forsideillustration: *"Allegory of Geometry" af Laurent de la Hire, 1649 (Toledo Museum of Art, Toledo Ohio, Toledo Ohio)*

Sankt Peters cirkelslag



Af: Anker Tiedemann, arkitekt m.m.
e-mail: anker@tiedemann.dk



Det var arkitekten Bramante (1444-1514), der lagde grunden til den nye Peterskirke. Det skulle være en kvadratisk bygning med udbygninger hele vejen rundt. Senere arkitekter forlængede bygningen til en korsform. Michelangelo (1475-1564) satte kuplen på (den gule cirkel på tegningen), og Bernini (1598-1680) anlagde den enestående plads, der er større end selve kirken. Centrene i de to cirkelslag er markeret med runde sten plader. Med røde sigtelinier er vist, hvordan søjlerne i kolonnaden ligger på radier i cirklerne. Hvert springvand står præcis midt mellem en stenplade og kolonnaden.

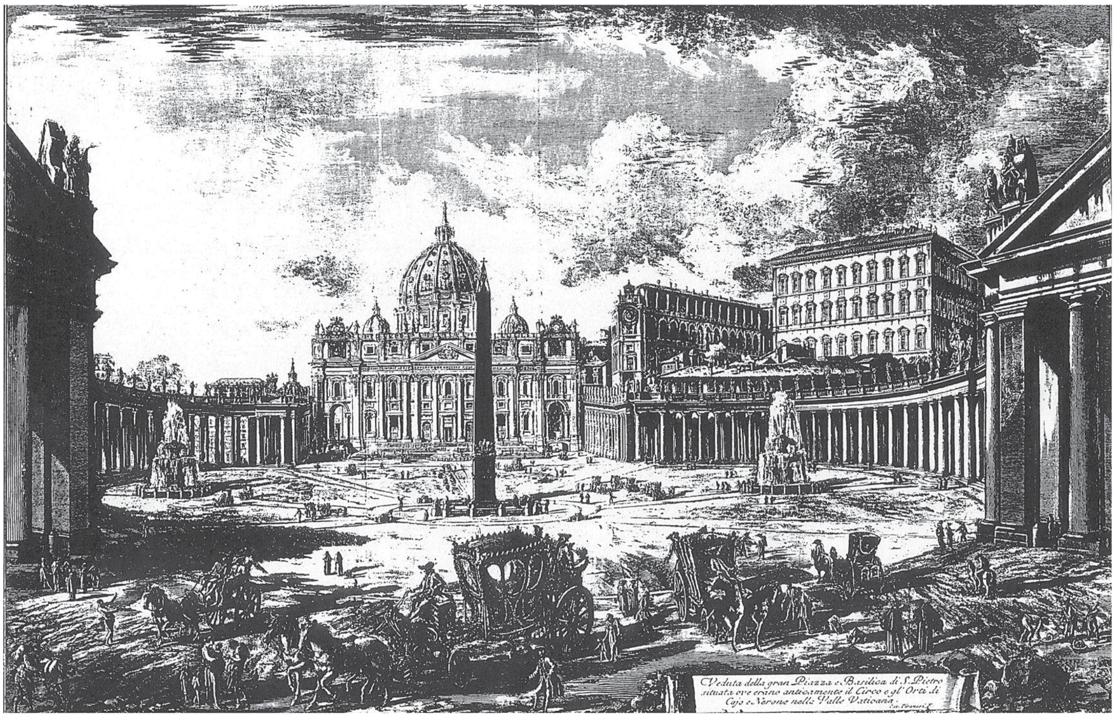
Bag stor arkitektur ligger ofte enkle geometriske former. Et godt eksempel er Peterspladsen i Rom. Da billedhuggeren og arkitekten *Gian Lorenzo Bernini* i 1656-67 skulle fuldende *Michelangelos* værk, anlagde han denne formidable plads foran kristendommens største kirke og gjorde det med to cirkelslag.

Alle, der har besøgt Rom, har været der. Vi har gået over den ovale plads mellem de to kæmpemæssige kolonnader, der som et par store arme synes at omfavne verden. Pladsen er 240 m bred, og kolonnaderne består af i alt 372 søjler og halvsøjler, ordnet i fire rækker.

Efter denne plads med den store egyptiske obelisk i midten kommer så den firkantede plads foran kirkens facade, og hvis den trætte turist føler, at det dog er en lang vej at gå, så skyldes det et synsbedrag. Bernini har med vilje givet pladsen ª omvendt perspektiv´. Den er kun 98 m bred fortil, men vider sig ud til 119 m foran kirkens facade. Bernini har rent synsmæssigt trukket kirken frem, men det gør også, at man undervurderer afstanden op til kirken.

På plantegningen her ses pladsens konstruktion med de to cirkelslag, der har centre på hinandens omkreds. Med cirklernes skæringspunkter som centre har Bernini derefter tegnet to cirkelslag med radius lig cirklernes diameter og på den måde fuldendt ovalen. Da de store cirkelslag tangerer de små, er der en blød overgang fra cirkel til cirkel.

Pladsens form er med andre ord tegnet med fire buer, og der er *ikke* tale om en ellipse - som der står i nogle guidebøger. Yderligere er det så smukt, at der bruges præcis 120º af



Et dramatisk kobberstik af Piranesi (1720-78) viser Peterspladsen. Selve kirken synes at rykke nærmere, end den er, både fordi Piranesi her har snydt lidt med perspektivet, og fordi Bramante indbyggede falsk perspektiv i den bageste del af pladsen.

de små cirkelslag og 60º af de store.

På pladsen er hvert centrum i de to cirkelslag markeret med en rund stenplade nedfældet i pladsens brolægning og med indskriften *Centro del colonnato*. Stiller man sig på en af disse plader, vil man kun se den forreste række søjler i kolonnaden. De skjuler søjlerne i de tre rækker bagved.

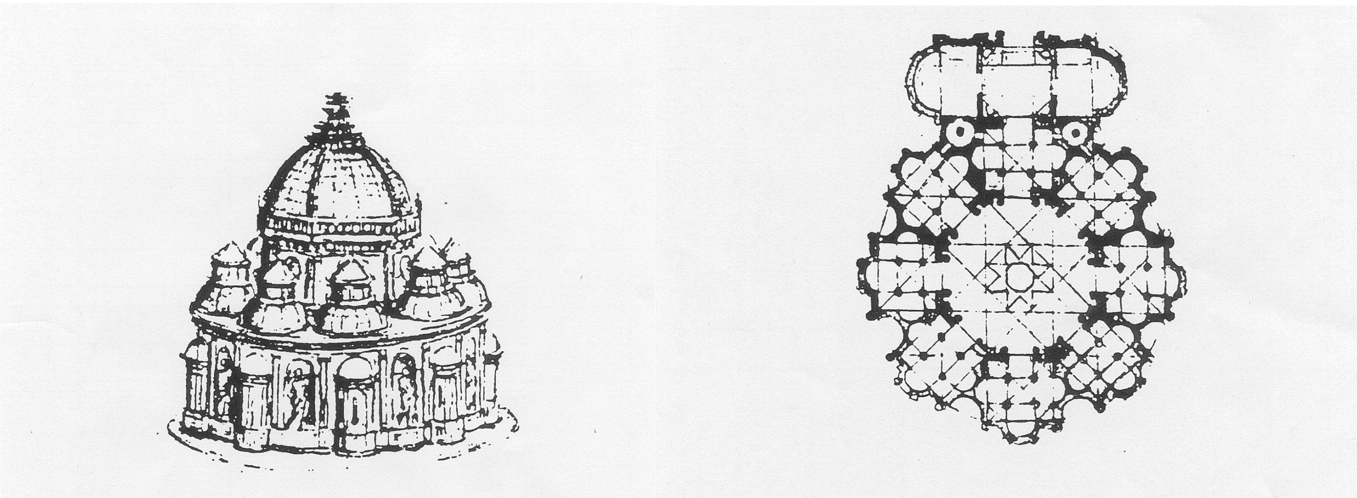
Peterspladsen er blot et enkelt eksempel på arkitekters brug af geometri. For alle arkitekter er geometrien et værktøj. Den bliver brugt under tegnearbejdet – når der skal konstrueres cirkelslag, laves en taktfast inddeling i en facade, udvikles mønstre osv. Alle arkitekter har lært disse konstruktioner – selv om de i dag overlader meget af arbejdet til deres computere.

Ofte vil en arkitekt søge den enkle geometriske form, der gør bygningen smuk og umiddelbart forståelig. Sådan har det været hele vejen op igennem historien, lige fra Egyptens pyramider og Roms Pantheon til Jørn Utzons opera i Sydney og videre frem. Især i monumentalbyggeri vil man ofte tilstræbe det geometrisk enkle – tænk blot på Otto von Spreckelsens triumfbue i Paris.

Men arkitekten ved også, at man ikke bare kan forlade sig på geometrien. Han eller hun fabulerer videre og justerer de klare og enkle former ud fra en viden om, hvordan bygningskroppe og -detaljer opfattes af det menneskelig øje. For arkitekten er geometrien den gode hjælper – men han skal nok selv bestemme, hvordan han vil bruge den.

Bernini frydede sig sikkert, da han konstruerede Peterspladsens cirkelslag. Han kunne have bevaret konstruktionen som sin ªhemmelighed´ og overladt det til den besøgende at opleve det vekslende spil i de mange søjler. Men han har simpelt hen ikke kunnet dy sig for at nedfælde de to stenplader i brolægningen: – Se, hvad jeg har fundet på!

Renaissancens arkitekter arbejdede med simple geometriske former - kvadrater, cirkler, kugler. Her ses udkastet til en centralkirke, tegnet af Leonardo da Vinci (1452-1519).



Af: Marianne Marcussen
Institut for Kunsthistorie, Dans og Teatervidenskab, KUA
e-mail: marianne@hum.ku.dk

To der ikke kan undvære hinanden:

Kunst og matematik

Kunstneren og materialet

Denne lille artikel handler om en forbindelse, der synes at have eksisteret fra "verdens begyndelse", nemlig den nødvendige mellem matematik og kunstnerisk afbildning. Enkelt sagt, så er det at ridse noget på et stykke bark, en sten eller et andet naturligt, givent materiale eller forme noget i en klump ler eller hugge det ud af en amorft formet sten betinget af, at man kan bestemme punkters beliggenhed på eller inde i det givne materiale. Her må kunstneren til alle tider have rådet over en række praksis, for der er ingen mulighed for at gøre "trial and error" forsøg, hverken i en granitblok eller på et stykke pergament, hvis man skal frembringe et rumligt kohærent billede af noget.

For at beskueren skal kunne genkende det afbildede kræves derfor af kunstneren, at han kan efterligne eller fremstille billeder af figurer eller ting, eller mere abstrakt gengive en forms omrids og etablere en formstruktur, som kan opleves som en rumlighed / rumlig illusion. Sker afbildningen på en flade fastholdes figuren eller genstanden i et plan, som i en projektion.

Som eksempel på hvorledes kunst og matematik samarbejder har jeg valgt, at vise hvorledes en centralprojektion / et perspektiv bliver til et kunstnerisk billede.

Euklid og kunsten

Man ved, at forskellige tider har udnyttet givne matematiske læresætninger på forskellig måde. Man kan f. eks. med god ret hævde, at al den geometri der behøves for at udvikle renæssanceperspektivet er indeholdt i Euklids *Elementerne*, og *Optikken,* men hvorfor opdagede man det så ikke i antikken ? Man må svare, at det for så vidt er sandt at det nødvendige findes, men det har ikke været nok eller tilstrækkeligt. Man kan kun konstatere: perspektivet *blev* ikke opfundet før i begyndelsen af det 15. århundrede og at det kræver mere end teoretisk matematik at etablere en norm for rumgengivelse. Her spiller de allerede etablerede kunstneriske praksis en stor rolle – og der skal for kunsten være noget virkelig interessant nyt at stille i stedet for en allerede eksisterende og velfungerende billeddannelse.

Forholdet mellem en periodes kunst og den matematik, der eksisterer på dette, givne tidspunkt af historien er derfor en kompleks relation og matematiske læresætninger fra *før* en given periode kan også og lige så vel danne en inspiration og et grundlag for billedannelsen – eller omvendt kan etableringen af en ny rumkonstruktion i kunsten inspirere matematikken. Perspektivet, kan således opfattes som et forstadium til projektionslæren.

Med hensyn til opdagelsen af perspektivet er det nødvendigt at medtænke den matematik, der indgår i beskrivelsen af synsprocessen / perceptionen, nemlig f. eks. Euklids *Optikken* - og dermed bliver optikkens historie fra Euklid over Ptolemæus, Alhazen, Witelo, Bacon, Pelacani og frem til renæssancen også vigtig for opdagelsen af perspektivet som rumkonstruktion i billedkunsten.

Stil og matematik

Ud fra en kunsthistorisk synsvinkel kan man sige, at kunstens billeder har eet fælles karakteristikum: de er / skal konstituere ikke bare et matematisk rum – det kunstneriske billedrum skal have et illusionistisk potentiale.

Da må man retfærdigvis spørge om ikke skulpturen gør det af sig selv ? Ja og nej. Man må nemlig erkende, at det rum en friskulptur eller et relief repræsenterer, gjort efter perspektivets opdagelse, er perspektivisk tænkt - og baserer sig på de samme matematiske forudsætninger som perspektivisk afbildning på en plan flade.

Dette aspekt af forholdet mellem matematik og kunst er et generelt historisk faktum. Det er nemt at konstatere hvis vi f. eks. tænker på oldtidens egyptiske kunst. Her er samme

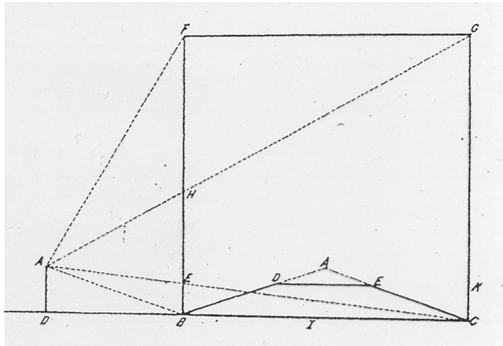


Fig. 1. Piero della Francescas forklaring på hvorledes man forkorter et kvadratisk plan. Efter udgaven af De Prospettiva pingendi*, I. bog, XIII. (efter udg. Firenze 1942, ed. G. Nicco Fasola).*

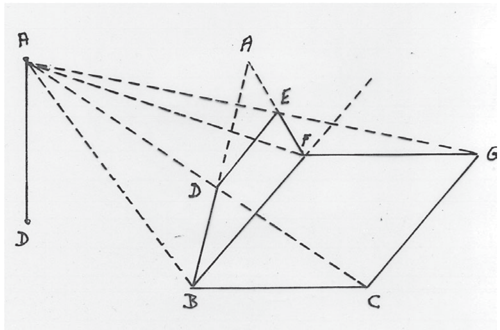


Fig. 2. Piero della Francescas tegning "set" rumligt. BCFG er det uforkortede (vandrette) kvadratiske plan, BDEF det forkortede, der ligger i (det lodrette) billedplan.

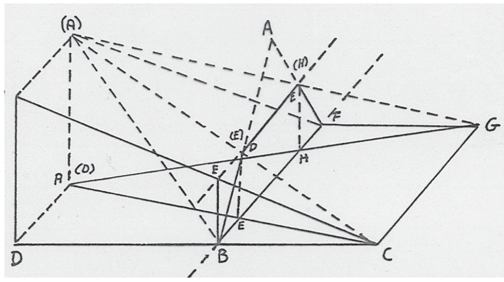


Fig. 3. En tegning, hvor fig. 1 og fig. 2 er kombineret således at man kan følge "gangen" af trekanter der indeholder de proportionsforhold Piero benytter for at bevise at perspektivkon-struktionen er matematisk korrekt. Han argumenterer at BC vil opleves for synet som BE, CG som EH og FG som FH i det perspektiviske billede (Euklid, Optikken*, 10 og 11). Piero siger om de proportionsforhold der gælder for forkortningen af det kvadratiske plan, (*De prospettiva pingendi*, bog I, XIII): Der er det samme forhold, mellem AE og AC, som der er mellem DB og DC, og det samme forhold mellem EH og CG, som der er mellem AE og AC, og det tilsvarende forhold mellem BE og FH, sammen med CG, som der er mellem HG og AG. Når afstanden og genstandene er proportionale med øjenhøjden i forhold til den forkortede genstand, er det klart, at det er en korrekt forkortning. Altså siger jeg af EH (i forhold til) CG svarer til det reducerede plan BE i kvadrat (i forhold til BC), (Euklid,* Elementerne*, VI, 2 og 4)*

billedstil i maleri, relief og skulptur og det er rumgengivelsen der grundlæggende er styrende for dette kunstudtryk. Derfor må man bøje sig for det faktum, at der er en nødvendig, samtidig matematisk forudsætning for de billedskabte rum eventuelt kombineret med en brug af matematisk tænkning fra tidligere tider, der kontinuerligt samarbejder med kunstnernes praksis.

De billedkunstneriske rum er meget "langtidsholdbare", de egyptiske holder sig så godt som uændret i 4000 år, den græske billedpraksis er stabil i mange hundrede år, ligesom den romerske. Middelalderen repræsenterer et akkumuleret "mix" af tidligere perioders metoder og perspektivet opdaget i renæssancen har holdt sig frem til i dag. Fra ca. 1900 udvikles modernistiske billedrum, men perspektivet fungerer stadigvæk.

Udviklingen af en ny type billedrum tager lang tid og har mange "tilløb" og dermed er billedrummets karakteristika med til at definere en historisk bestemt billedstil.

Renæssancen og matematikken

Perspektivets opdagelse i det første årti af det 15. århundrede, kan vi konstatere, vil være dannet på grundlag af samtidig matematisk viden kombineret med en genlæsning af Euklids *Elementerne* og *Optikken*. Med perspektivet begyndes det, der udvikler sig til projektionslæren i det 17. århundrede. Og man kan selvfølgelig spørge, om renæssancens kunstnere havde en eller anden formodning om, at det de opfandt, kunne have en mening både for den kunstneriske billeddannelse nu og her og for den teoretiske matematik – in casu geometri – på længere sigt. Under alle omstændigheder, som vi fra vor position, læser de overleverede dokumenter, så er der ingen tvivl om at både kunstnere og matematikere i renæssancen, mente, at de havde fat i en meget "lang ende".

Men det stærkeste argument for perspektivets relevans i kunsten var dets realistiske aspekt. Det realistiske fandt matematisk udtryk i det faktum at man både i et kvadreret "gulv" og i det perspektivisk forkortede "gulv", kunne trække en diagonal gennem tilstødende kvadrater.

Jeg har valgt, som eksempel på forbindelsen mellem kunst og matematik, at se lidt nærmere på den italienske kunstner Piero della Francescas (1410/20 - 1492) forklaring på - (bevis for ?) perspektivkonstruktionens sandhed eller rigtighed. Når jeg sætter ordet bevis i parentes er jeg bevidst om at bevis i den forstand Piero opfatter det, formentlig ikke matcher en moderne opfattelse af det begreb. Men hans matematiske argumentation fejler, så vidt jeg ved, ingenting uanset Piero – så vidt matematikerne – tager forskellige aspekter af konstruktionen for givet.

Piero della Francesca er et af de bedste - og bedst dokumenterede - eksempler på, hvorledes den matematiske tænkning har haft betydning for den kunstneriske praksis. Pieros gennemgang af perspektivet er ikke den første i kunsthistorien - den første er humanisten Leone Battista Albertis fra 1435/36, og hans bog er en pædagogisk genistreg, men han åbenbarer ikke sine matematiske kilder og det var heller ikke ham der opfandt perspektivet. Her er alle enige om at det var guldsmeden, billedhuggeren og arkitekten Filippo Brunelleschi der gjorde dette - dokumentarisk dateret til de første år af det 15. århundrede.

Hvad der synes en særlig fornøjelse for kunsthistorikeren ved at henvise til Piero, er det forhold, at han kombinerer Euklids *Elementerne* og *Optikken* i sin forklaring af geometrien i perspektivet i bogen *De prospettiva pingendi*, nedskrevet formentlig i den senere del af hans liv. Måske spiller Euklids *Data* også en rolle for opdagelsen af perspektivet, idet Euklid her behandler begrebet position. Alle Euklids bøger var tilgængelige i renæssancen.

Kunstneren og matematikeren

Det er nemt at pege på betydningen af i hvert fald

Elementerne og *Optikken* - for det gør Piero della Francesca selv i sin bog, men hans tegning af det han kalder "Il piano degradato in quadro reducere." (om at forkorte et kvadratisk plan) er ikke ligefrem publikumsvenlig - det er, mener jeg, både matematikere og kunsthistorikere enige om.

Piero har åbenlyst ingen som helst vanskeligheder ved selv at tippe tegningen i forstanden. En moderne beskuer, der ikke er vant til den øvelse vil være umådelig taknemmelig for at se den i "perspektiv". Sml. fig. 1 og fig. 2.

Men set i perspektiv ødelægges Pieros tegning til dels, eller den tømmes langt hen ad vejen for sit matematiske indhold - og samtidig for de tegnetekniske forhold kunstneren må overholde. Pieros forklaring set i perspektiv ser rumlig ud for beskueren - det gør kunstnerens arbejdsproces ikke. Den pointe er helt afgørende for at forstå det matematiske abstraktionsniveau kunstneren må kunne arbejde på, for at danne det perspektiviske billedrum. Hvis man derfor som kunsthistoriker vil forstå kunstnerens arbejde med den matematiske problemstilling - så er der ingen kongevej til den indsigt.

Hvad er så det både kunstnerisk og matematisk enestående ved Pieros forklaring af perspektivet ? sml. fig. 1 og fig.3

Han opererer med et (abstrakt / teoretisk) billedplan (fig. 1), som han både kan erkende som liggende i billedplanet og dermed være sammenfaldende med tegnepapiret og forestille sig som tippet 90 grader til lodret, så han både har lodret og vandret plan i papiret (kvadratet i fig.1 skal derfor tænkes som begge dele), foruden at han kan dreje billedplanet 90 grader så det afbildes som en ret linie (indeholdt i samme kvadrat, fig. 1, præsenteret som linien BF). Foruden dette har han fastlagt øjepunktets ("øjets"), A i fig. 1, position i både vandret og lodret position i samme ! tegning. Højden over (grund)-linien er AD i fig. 1 og afstanden (den vinkelrette) fra øjet til billedplanet (distancen) er den samme som BD i fig. 1.

Folder vi Pieros tegning ud som en rumlig figur, bliver det noget rod på papiret, men dermed kan man anskueliggøre, at forkortningen af det kvadratiske plan er relateret til lodret og vandret position af "øjet", således at forstå, at forkortningen af siderne i det kvadratiske plan er relateret til billedplanets position. Det betyder at "synslinierne" fra øje til genstanden (kvadratets hjørner), AB, AC, AF, AG i fig. 1, skærer billedplanet BF i punkterne B,E,H,F. Og når billedplan og øjepunkt fastholdes, vil samme proportionsforhold kunne findes i trekanterne, se fig. 3, idet f.eks. siden CD optræder både i forholdet mellem øjenhøjde AD og (grund)linie CD og i forholdet mellem bageste side CG i kvadratet og den forkortede side EH, dvs. det samme proportionsforhold optræder både i lodret og vandret plan i Pieros tegning. Uanset "øjets" position i forhold til billedplanet vil den forkortede side EH (DE) altid være af samme (vandrette) størrelse fordi den glider i billedplanet (der indeholder punkterne E,H,D,E). Det er en af Pieros vigtigste pointer. I den anledning henviser han til Euklids proportionssætninger i *Elementerne.*

Euklids *Optikken* – hvordan har Piero brugt den ? Her samler interessen sig særligt omkring den paragraf der siger, at: "lad der være givet Ö og de ting der ses under lige store vinkler, ser lige store ud". Piero kan dermed anskueliggøre at størrelsen BE i fig.1 vil se lige så stor ud som (dække for) BC i billedet! Det vi ser i billedet vil derfor repræsentere, rumligt, en given størrelse i (det naturlige) synsfelt.

Dokumentationen

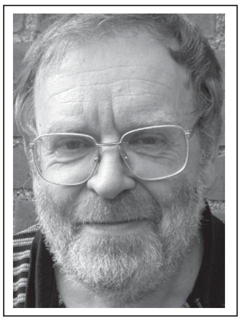
Hvordan Piero er kommet frem til denne forklaring af perspektivet er ikke endeligt dokumenteret. Han har kendt Albertis traktat fra 1435/36 og han kan også have haft kendskab til Brunelleschis perspektivkonstruktioner fra begyndelsens af det 15. århundrede, som desværre synes forsvundet allerede tidligt i renæssancen, hvilket ikke nødvendigvis behøver at betyde at de ikke eksisterer (et eller andet sted). Arkitekten Filaretes traktat om arkitekturen som menes nedskrevet omkring 1460/65 kan han eventuelt også have kendt. Men ingen af de kilder vi kan pege på har givet oplysninger om hvorledes Euklids

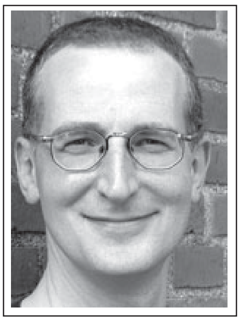
Elementerne og *Optikken* er blevet kombineret til et perspektiv. Efter min opfattelse må billedplanet som abstrakt plan – ikke som en maleflade - være omdrejningspunktet. Og bortset fra det, kan forskellige ældre praksis for dannelsen af billedrum have spillet en rolle. Men rent faktisk kender vi kun beskrivelsen af en af disse – givetvis blandt flere mulige metoder. Den nævner og kritiserer Alberti i 1435/36 for at være for tilfældig – og mangle både matematisk og oplevet, rumlig kohærens. Han siger simpelthen at: "(malerne) begår en fejl". Metoden kaldes superbipartiens, fordi kunstnerne inddeler et "fliseguly", ikke efter geometriske regler, men efter proportionsforholdet 2/3, 2/3 af 2/3 etcÖFejlen ved denne metode er at man *ikke* kan trække en ret linie gennem tilstødende, forkortede kvadrater.

Denne praksis er faktisk ret vanskelig at eftervise i billedkunsten – og andre inspirationskilder for perspektivet kan også have været vigtige – der er blot ingen dokumentation for hånden, men den kan måske komme. Kunsthistorikere og matematikere arbejder her sammen, for at finde ud af hvordan perspektivet blev opdaget, især fordi den billedtradition har været så stærk – for: hver eneste gang der bliver taget et fotografi, bliver billedrummet et perspektiv. Perspektivet er grundlaget for vores "billedkultur" i fotografi, film og fjernsyn, men de færreste tænker på dette som et stykke rendyrket matematik, når man trykker på fotografiapparatets udløser eller slapper af foran "fjerneren".

Arkitektur og matematik
– er det (en) kunst at bygge bro?

There are many connections between architecture and mathematics: mathe-matical principles may be used as a basis for an architectural design, or as a tool for analyzing an existing monument; architecture may be a concrete expression of mathematical ideas, becoming, in a sense, "visual mathematics." [4].





Af:
Ivan Tafteberg Jakobsen, Århus Statsgymnasium,
e-mail: ivan.tafteberg@skolekom.dk

Jesper Matthiasen, Århus Akademi,
e-mail: jesper.matthiasen@skolekom.dk

Med et citat som det ovennævnte, så burde spørgsmålet i artiklens lidt tvetydige overskift være nemt at svare på. Der er allerede masser af forbindelser mellem kunst, arkitektur og matematik - det gælder blot om at (gen)opdage dem eller at se de mange nye forbindelser, som det virtuelle samfund har bragt med sig. Netop nu er der – ligesom i renæssancen – et stort ønske om at se helheder og sammenhænge frem for traditionelt opsplittede discipliner og miljøer. Ikke mindst gymnasieungdommen og de yngre studerende efterspørger disse forbindelser. Og matematikken kan fint komme til at stå som en af broerne mellem naturvidenskaberne og de humanistiske og kreative uddannelser.

Matematisk tænkning kan i sig selv – uden at være forankret i noget materielt – afstedkomme gyldige udsagn. Man kan synes, at disciplinen derved bliver meget abstrakt og derfor vanskelig at forbinde med virkeligheden. Men spørgsmålet ér, om ikke netop disse muligheder for abstrakt tænkning har været og ér en rig kilde til flere kreative processer i billedkunst og arkitektur. Matematikken producerer ofte enkle og elegante løsninger til problemer fra det virkelige liv, men selve teorien er ligeså ofte udviklet fuldstændig uafhængigt af den fysiske omverden og ofte flere hundrede år tidligere end anvendelsen.

Design og formgivning kan ske gennem en spontan-kreativ proces, men oftest sker det gennem en krævende systematisk-kreativ proces. De fleste designere og arkitekter er bestemt ikke kommet sovende til deres produktioner! På den måde ligner arbejdet en matematikers. Og for begge parters vedkommende kræver det, at man har en stor stak referencer i hovedet. Ofte er disse referencer af meget visuel karakter. Og det er jo egentlig slet ikke underligt, at designeren og matematikeren bruger mange visuelle elementer fra hinandens verden. Et eksempel kunne være omdrejningshyperboloiden (figur 1), der selvfølgelig kan interessere af rent differentialgeometriske årsager. Men det faktum, at det er en dobbeltkrum flade, der alligevel kan frembringes alene ved rette linjer, er også designmæssigt særdeles interessant. Fladen er f.eks. nem at skabe i beton, da man kan lave en naturlig forskalling til støbningen. Den katalanske arkitekt Antoni Gaudi (1852-1926) har i loftkonstruktionen til Sagrada Familia (figur 2) smukt anvendt omdrejningshyperboloiden til lysindfaldet. Et senere eksempel på anvendelse er frugtskålen af Carlo Contin (figur 3). Frugtskålen er til salg på Louisiana og på Museum of Modern Art i New York. For yderligere om Gaudis arbejde med matematiske elementer se [3] eller [5].

fig 3
frugtskål af Carlo Contin

Hvor er der brobygning?

Vi har begge gennem adskillige år har været optaget af samspillet mellem matematik, kunst og arkitektur og har tillige har været medarrangører af Matematiklærerforeningens kurser om emnet i 2002/03. Vores udgangspunkt har været matematikundervisningen i de gymnasiale uddannelser, men vores interesser og kontaktflader har rakt langt udenfor denne. Siden midten af 1990'erne er der opstået flere fora for professionelle, der ønsker at beskæftige sig med arkitektur, kunst og matematik. Og det er fora, der er blevet styrket væsentligt i de senere år.

Sammenslutningen NEXUS er startet i 1996 som et spændende forum for professionelle, der arbejder med idéer, der både er relateret til matematik og arkitetektur. Sammenslutningen har indtil nu afholdt 5 internationale konferencer; NEXUS '96 (Fucecchio, Italien), NEXUS '98 (Mantua, Italien), NEXUS 2000 (Ferrara, Italien), og sidst NEXUS 2002 ("bidos, Portugal). Næste konference holdes i Mexico City i juni 2004. Fra 1998 har der været publiceret et web-baseret tidsskrift, NEXUS Network Journal, med artikler, konferenceproceedings, nyheder, forskningsresultater og debat inden for feltet [4], ligesom også nogle af bidragene publiceres i et papirtidsskrift med samme navn og i proceedings fra konferencerne.

Konferencen i 2002 præsenterede 23 forskellige indlæg fordelt på de 4 dage konferencen varede. Deltagerne var hovedsageligt arkitekter og matematikere og af mange forskellige nationaliteter. Blandt arkitekterne var en del praktiserende, mens andre underviste på arkitektskoler og universiteter, og en tilsvarende sammensætning sås blandt matematikerne, hvoraf nogle underviste ingeniør- og arkitektstuderende, mens andre var traditionelle forskere i ren matematik. En præsentation af udvalgte indlæg kan ses i [1]. På NEXUS-konferencerne er der tradition for en rundbordsdiskussion i plenum og temaet i 2002 var: Arkitektur og matematikundervisning. Panelet var sammensat af én arkitekt og fem matematikere fra forskellige dele af uddannelsessystemet. Rundbordsdiskussionen er transskriberet i sin helhed og lagt på NEXUS-hjemmesiden [4] sammen med et interessant udspil til et matematikcurriculum for arkitektstudiet [5].

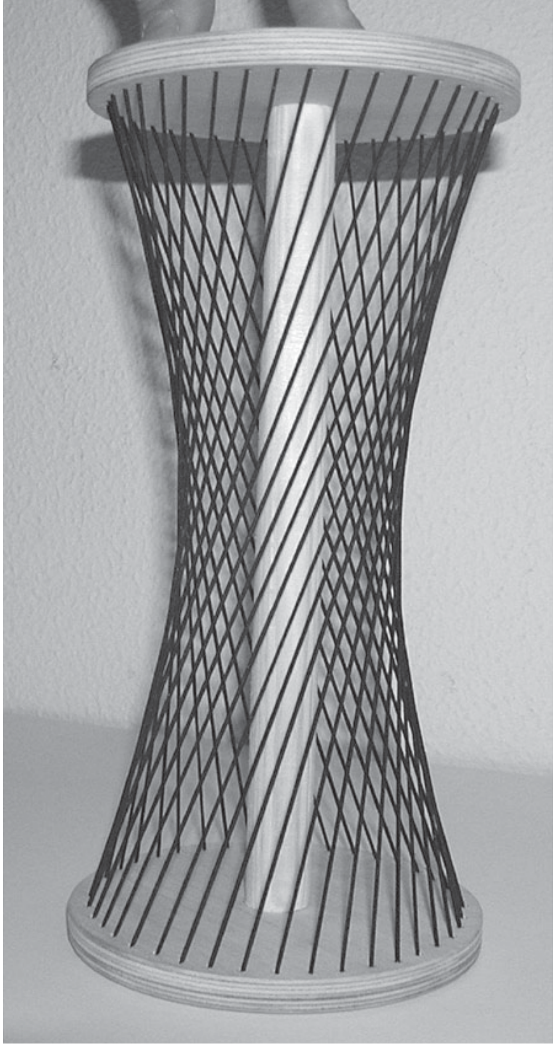
Et andet forum er ISAMA (The International Society of the Arts, Mathematics and Architecture), der startede i 1998 og som har et noget mere diffust sigte end NEXUS. På ISAMA-konferencerne (der har indtil nu været 3) kan stort set alle kunstneriske manifestationer blive berørt med henblik på deres eventuelle forbindelser til matematik – såvel bildende kunst som skulptur og musik og altså igen arkitektur blev inddraget. Dette kan selvfølgelig give et meget levende og spændende konferencemiljø, men somme tider kan matematiksammenhængen også virke noget søgt [2].

Sideløbende med ISAMA er sammenslutningen BRIDGES opstået, og i juli 2003 afholdes en fælles konference mellem de to. BRIDGES (Mathematical Connections in Art, Music and Science) har sit udspring i det amerikanske college-miljø og har som fokus at skabe kontakter på lignende måde som ISAMA. I [5] er der henvisninger til materiale fra såvel ISAMA som BRIDGES.

Endelig skal det selvfølgelig også nævnes, at den kommende ICME-10-konference i København også har indslag på dette område.

Betydning for (matematik)undervisningen?

Opblomstringen i de sene halvfemsere af konferencer af denne art sammen med et større antal netsider med et tilsvarende indhold viser tilsyneladende en voksende interesse for matematikkens æstetiske berøringsflader [5]. Denne interesse har vel altid været til stede, i renæssancen var den central både hos matematikere og arkitekter, men har i det meste af det tyvende århundrede nok haft en skyggetilværelse som noget, der kun optog visse særlinge. Maurits Eschers kunst og voksende popularitet i sidste fjerdedel af sidste århundrede illustrerer udviklingen ganske godt. Den nye optagethed af berøringsfladerne er interessant i sig selv, men den giver også anledning til at overveje en pædagogisk udnyttelse af tendensen. Det bør naturligvis ske med en kombination af indsigt, omtanke og omhu. Der findes seriøse og spændende tiltag både i udlandet og herhjemme. I [5] har vi givet henvisninger til et par udenlandske eksempler. I Danmark har specielt ingeniørhøjskolerne og de tekniske universiteter taget tråden op og har bevæget sig ind på områder, der ellers traditionelt har været forbundet med arkitektuddannelserne. Qua disse uddannelsesinstitutioners traditionelle forankring i den tekniske naturvidenskab, så



billedtekst????

kommer de kvalitative aspekter af matematikken til at spille en ikke-ubetydelig rolle i uddannelserne. Og det er slet ikke usandsynligt, at disse aspekter også vil vinde et vist indpas på arkitektuddannelserne.

I 2002/03 afholdt Matematiklærerforeningen 2 efteruddannelseskurser om samspillet mellem matematik og arkitektur. Ved kurserne medvirkede en række professionelle, der alle har arbejdet med feltet i flere år. Kurserne gav inspiration og konkrete forslag til, hvordan man i gymnasiematematikken kunne arbejde med elementer af formgivning uden at det blev overfladisk og trivielt. Interessen fra lærerne var ganske stor, og der kom ca. 60 personer på kurserne. Det bliver selvfølgelig spændende at se om denne interesse også forplanter sig til undervisningen og derved videre til eleverne. Temaet har fremtiden for sig i gymnasiet – ikke mindst i forbindelse med den reform, der er under opsejling. Denne vurdering bygger bl.a. på, at det vil være

- oplagt emne til projektorienteret undervisning og tværfagligt samarbejde med matematik som seriøs samarbejdspartner
- oplagt at inddrage forskellige IT-redskaber, herunder professionelle matematikprogrammer, hvilket vil kunne styrke muligheden for en mere eksperimenterende arbejdsform.
- velegnet til netbaseret formidling (grafik og geometri)
- en styrkelse af kulturhistorisk bevidsthed og indsigt med særlig vægt på de matematisk-teknologiske aspekter .

Efterskrift

Denne artikel har fokuseret på kort at præsentere et fælles interessefelt mellem matematik og arkitektur. Tendensen med at samtænke to traditionelt adskilte fagområder er ikke ny, men den er ikke desto mindre typisk for tiden lige nu. Der findes spændende fortilfælde på det beslægtede felt mellem billedkunst og matematik. I begyndelsen af 1970'erne læste maleren Steffen Jørgensen matematik på Københavns Universitet efter afslutningen af sin uddannelse på Kunstakademiet. Steffen Jørgensen var ikke oprindeligt interesseret i matematikken, men kom gennem sin kunstneriske udvikling til et behov for en øget geometrisk indsigt. Behovet førte ham til et speciale i projektiv geometri. "Fagets strenge disciplin og analytiske fremgangsmåde har sat dybe spor i hans værker. Den projektive geometri, som udviklede sig i 1800-tallet med udgangspunkt i bl.a. den franske matematiker Gérard Desargues' (1593-1662) teorier, danner grundlag for en række billeder, som han kalder Konfigurationer, dvs. systemer af punkter og rette linier, som opfylder to krav: Gennem hvert punkt går det samme antal linier og på hver linie ligger det samme antal punkter. En lignende systematik ligger til grund for en række billeder, hvor han undersøger en genstand, kranier, stof, æbler m.v., fra forskellige vinkler og underkaster den forskellige forvrængninger. J. konstruerer disse visuelle fænomener på et videnskabeligt, matematisk grundlag ved hjælp af geometriske projektioner og med en høj grad af perfektion. J. placerer sig med sin analytiske og reflekterende arbejdsmåde i den konstruktive linie i dansk kunst."[6]. Steffen Jørgensen, der er medlem af kunstnersammenslutningen Grønningen, er en ener i dansk billedkunst. Men hans historie illustrerer på en spændende måde mulighederne i nutidens tendens – hvis vi vil bygge bro....

Referencer og links:

[1]: Jakobsen, Ivan Tafteberg & Jesper Matthiasen, Arkitektur og matematik, LMFK-bladet nr. 7, september 2002.
Artiklen indeholder et referat fra NEXUS-konferencen i "bidos i juni 2002. Dele af artiklen ligger til grund for denne artikel.

[2]: Jakobsen, Ivan Tafteberg, Mere om kunst, matematik og arkitektur, LMFK-bladet nr. 8, oktober 2002.
Artiklen indeholder et referat fra ISAMA-konferencen i Freiburg im Breisgau i juli 2002. Dele af artiklen ligger til grund for denne artikel.

[3]: Giralt-Miracle, David (ed.), *Gaudi. Exploring form. Space, geometry, structure and construction*, Lunwerg Editores, Barcelona 2002.
Udsendt i forbindelse med 150-året for Gaudis fødsel. Bogen giver en glimrende indføring i Gaudis arbejde som arkitekt og specielt i hans anvendelse af matematiske flader i formgivning.

[4]: http://ww.nexusjournal.com
Websiden for Nexus Network Journal. Her ses bla. informationen om den næste Nexus-konference i Mexico City, juni 2004.

[5]: http://213.32.161.215/arkitektur
Websiden for bla. efteruddannelseskurserne *Struktur og form – samspillet mellem arkitektur og matematik*. Her findes oversigter over forskellige ressourcer på feltet – specielt er der lavet en særlig side med dybe links til denne artikel på: http://213.32.161.215/arkitektur/matilde

[6]: Uddrag af Steffen Jørgensens biografi fra *Weilbach, dansk kunstnerleksikon*. Biografien er skrevet af Marianne Barbusse Mariager. Tekstuddraget er hentet fra *Kunst Indeks Danmark* på http://www.kid.dk

Af: Simon Lyngby Kokkendorff
Institut for Matematik, DTU
email: s.l.kokkendorff@mat.dtu.dk

1. del

Verden Rundt med Rejselegatet

Afrejse

Efter lang tids planlægning og flere udsættelser kom Gitte og jeg tirsdag d. 7. august endeligt afsted på den store rejse. Vi fløj fra København nonstop til Washington DC, USAs hovedstad. Denne første destination var valgt først og fremmest ud fra faglige overvejelser, og faktisk vidste vi ikke så meget på forhånd om byen Washington. Vi vidste at DC var hjemsted for amerikanske ikoner som Det Hvide Hus og Capitol Hill, men også at byen var berygtet for sin kriminalitet; flere folk havde også fortalt, at der kunne være ret varmt i august.

Efter et mislykket og afbrudt forsøg lykkedes det anden gang piloten at lande i Dulles lufthavnen lidt udenfor Washington. Vi kom problemløst igennem visa og paskontrollen og beredte os på at finde ind imod byens centrum, hvor vi havde udvalgt et hostel som første base.

Så var det, vi trådte ud af lufthavnsbygningens behagelige airconditionerede klima og ud i en bagende, fugtig hede, som nærmest slog os omkuld. Det viste sig, at vi var landet midt i sommerens værste hedebølge, og varmen var virkelig voldsommere end noget nogen af os havde oplevet før, nok fordi det også var ekstremt fugtigt. Varmen, og jetlag, prægede vores første dage. Selv de mindste ekskursioner udenfor virkede uoverskuelige, og vi havde mange ting, der skulle ordnes, først og fremmest at finde et sted at bo mere permanent.

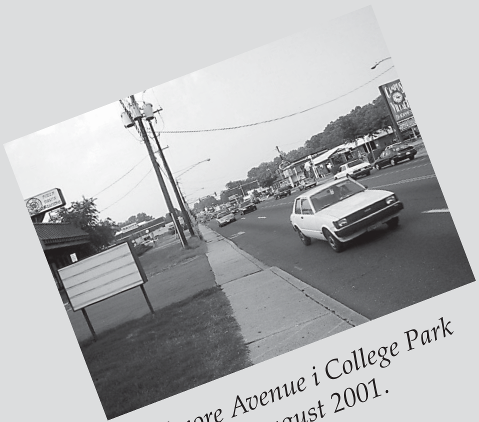
College Park

Vi forlod vores første base ved Dupont Circle inde i selve Washington DC efter en enkelt overnatning og begav os ud imod College Park, en forstad til DC beliggende i staten Maryland; her har University of Maryland sit største campus. De næste dage overnattede vi på kædehoteller i College Park og forsøgte at finde ud af hvordan alting fungerede. Det første hotel vi prøvede lå ved en ekstremt trafikeret highway omgivet af fastfood-restauranter og emsige brugtbilsforhandlere. Disse omgivelser var lige ved at tage modet fra os, miljøet var så fjernt fra, det vi havde forladt i København, og temmeligt råt og ucharmerende.

Senere har det vist sig, at der lige bag hotellet ligger et fint kvarter med alternative butikker og cafeer, det havde vi bare ikke overskud til at opdage, fremmedgjorte og trykket til jorden af varmen. Nu forstår vi ikke helt vores første afskrækkelse, når vi i vores bil kører forbi hotellet i den hektiske trafik på Baltimore Avenue, som highwayen hedder. Sådan tilpasser man sig, det der før var fremmed bliver velkendt hverdag.

Vores bolig på Laconia Drive

Et andet hotel beliggende et lidt mere charmerende sted blev det til, og efterhånden var vi så akklimatiserede, at vi kunne foretage os fornuftige ting som at søge bolig og undersøge universitetet. Efter en lille uge i Amerika fandt vi et sted at bo, faktisk var det



Baltimore Avenue i College Park en hed dag i august 2001.

Simon og Dong i huset på Laconia Drive.

En stolt, grænsende til det fjogede, ejer af en ældre sportsvogn.

det første sted vi så på, og måske slog vi til lidt i panik, det var bare vigtigt at få en base og hoteller i College Park er absolut ikke billige.

Nu lejer vi et værelse hos Gwyn Robson i hendes hus i et villakvarter omkring tre miles fra campus. Her bor også en studerende fra Korea, som lejer et værelse i kælderen, tre opmærksomhedssøgende katte, og forleden flyttede en litauer, der forsker på Holocaust Museet i DC, ind på et andet værelse i kælderen. Her er ved at være fyldt op.

Der er både fordele og ulemper ved at bo sådan. Som noget positivt har vi mødt nogle flinke og interessante mennesker. Dong, den studerende fra Korea, hjalp os meget i starten, han havde selv et år forinden været i samme situation som os, ny i USA. Desuden har han introduceret os for koreansk madlavning, vi er meget glade for nu også at have kimchi (kål syltet i en chilisovs) i vores kulinariske repertoire.

At bo her er også noget billigere, $600 pr. måned, end en privat lejlighed, der nemt koster over $1000 om måneden for en 1-værelses. Desværre har vi heller ikke så meget privatliv, og vi er dumpet lige ned i en skilsmisse, som Gwyn og hendes mand for tiden gennemgår, hvilket ind imellem er noget forstyrrende for sjælefreden.

Hjul

Langsomt men sikkert er vi faldet til. Som et vigtigt element købte vi en brugt bil og fik ordnet alle de praktiske ting med forsikring, indregistrering etc. Vi brugte i den forbindelse en del dage på det lokale Motor Vehicle Administration kontor, et indblik i et fremmed lands bureaukrati er åbenbart også en del af det at rejse.

Bilen har gjort os istand til at komme rundt i omegnen, og i weekenden tager vi indimellem på længere ekskursioner. Vi har været ved Atlanterhavskysten, bjergene i Virginia, og i begyndelsen af september var vi i New York nogle dage, men valgte pga. byens berygtede trafik at tage toget dertil.

Efterhånden er vi også blevet fortrolige med nærmiljøet, herunder selve Washington DC, der faktisk har meget at byde på kulturelt. I de allernærmeste omgivelser har vi også fundet nogle fine steder, f.eks. et marked hvor amish-folkene sælger alverdens lækre, hjemmeavlede fødevarer.

Dagligdag

Jeg har fået en velfungerende dagligdag på universitetet, og har bl.a. et ugentligt møde med Karsten Grove, min faglige kontaktperson. Desværre har det været noget vanskeligere for Gitte at finde et tilfredsstillende indhold i dagligdagen. Mens alt var lagt fint til rette for mig på universitetet, har hun skullet opfinde det hele selv. Gitte og jeg er forholdsvis nygifte, og på denne rejse prøver hun, hvad det vil sige at være defineret som "konen", en rolle hun har haft svært ved at vænne sig til.

Hun har forsøgt at finde nogle engelskkurser, men det har ikke været let . Det har vist sig efter en længere undersøgelse af udbuddet, at de offentligt tilgængelige kurser i voksenundervisningsregi henvender sig til absolutte begyndere, først og fremmest immigranter. Derudover udbydes der kurser på nogle få privatdrevne skoler, som desværre er ekstremt dyre. Sådan fungerer det amerikanske system.

De dramatiske begivenheder i september

Netop som vi er begyndt at føle os hjemme og nyde de gode sider af den amerikanske livsstil, rammer terrorangrebet. Om morgenen d. 11. september står vi udenfor en skole i DC, hvor Gitte skal til en sprogtest. En ophidset mand cykler forbi og fortæller i farten, at World Trade Centeret i New York er blevet bombet. Vi afskriver ham som gal. Men mens Gitte tager testen, hører jeg i bilradioen den ufattelige historie, som alverden nu kender. World Trade Centerets Twin Towers styrter i grus, mens jeg sidder i bilen og lytter.

Det sker en uge efter, vi var på stedet, og jeg er selvfølgelig rystet. Inden Gitte bliver færdig med testen, når jeg også at høre om angrebet på Pentagon, som ligger få kilometer væk og rygterne svirrer om andre angreb inde i centrum af DC. Så da Gitte bliver færdig og hører om begivenhederne, vil vi selvfølgelig hjem,

Om Gitte og Simon

I januar 1999 afsluttede Simon Kokkendorff sin kandidatgrad i matematik ved Århus Universitet med et speciale indenfor Lorentz geometri. Efter kandidatstudiet fortsatte Simon som ph.d.-studerende ved Institut for Matematik på Danmarks Tekniske Universitet, med Steen Markvorsen og Poul Hjorth som vejledere. Han færdiggjorde sin ph.d.-grad i januar måned i år.

I forsommeren 1999, en måneds tid inden ph.d.-studiet skulle indledes, modtog Simon besked om, at han ved lodtrækning blandt de nyudannede kanditater i matematik havde modtaget Rejselegat for Matematikere. Afrejsen blev udsat en tid for at give plads til at komme ordentligt igang med ph.d.-studiet på DTU. I København mødte Simon i mellemtiden sin tilkommende hustru Gitte Bach, der da var under uddannelse på Det Kgl. Danske Kunstakademi. Efter bryllup og Gittes dimission fra Kunstakademiet tog Simon og Gitte sammen afsted på legatrejsen i august 2001.

Rejseplan:

* aug.-dec. 2001 University of Maryland, USA. Kontaktperson: Karsten Grove.
* dec.-jan. 2002 Køretur på tværs af USA fra Washington DC til Los Angeles.
* jan.-april 2002 UCLA, USA. Kontaktperson: Peter Petersen.
* april-juli 2002 Tokai University, Japan. Kontaktperson: Minoru Tanaka.

Et historisk billede fra en dejlig dag i New York i september. I baggrunden anes Twin Towers.

Soldater på UMD campus i College Park.

ud af DC. Det samme vil alle andre og trafikken er forfærdelig, men efter en hektisk køretur når vi hjem. De næste dage sidder vi klistret til fjernsynet og ser de utrolige billeder, der virker fuldstændigt surreelle. Resten er historie...

Amerikanerne har reageret med en stærk patriotisme og et brændende ønske om at slå tilbage. Pludseligt føler man sig fremmed igen, man betragter det hele fra sidelinien og er ikke rigtigt med. Vi prøver så vidt muligt at abstrahere fra den spændte situation og fortsætte vores dagligdag og udforskning af området. Men man ser tegn overalt; mange af de andre studerende på universitetet er begyndt at bære uniformer fordi de åbenbart er blevet indkaldt til militærtjeneste, og ustandseligt hører man lyden af militærfly og helikoptere, der passerer på vej til og fra en af de mange baser i området.

I det hele taget må man sige, at vi i vores første måneder har været forfulgt af forskellige farer, mere eller mindre reelle. Først var der virus fra den Vestlige Nil, båret af myg, så kom terrorangrebene, og en uge efter blev universitetet ramt af en tornado, der dræbte to. For nylig kom denne historie med miltbrandbakterierne så oveni. Vi opdager, hvor let mennesker kan tilpasse sig og abstrahere fra åbenbare farer. Det er helt dagligdags og nødvendigt, bare for at kunne køre på The Beltway, den monstrøse ringvej der omgiver Washington, sikkert et af de farligste steder man nogensinde kommer til at færdes.

Hvad kan jeg så sammenfatte om vores første indtryk og tanker om selve det at rejse? Tjah, jeg kan kun tilskrive mig, at det er vigtigt at blive rykket ud af den daglige, hjemlige trummerum og få nogle nye indtryk. Selve det hjemlige bliver også sat i perspektiv; man bliver opmærksom på hvilke værdier hjemmefra, man virkeligt sætter pris på. Vi får med egne øjne set et land, man på en mærkelig måde kender fra film og tv. Nogle fordomme bliver bekræftet, mens andre heldigvis afkræftes eller nuanceres. USA er et land med en kæmpe spændvidde indenfor alle aspekter af kultur og natur, vi forsøger at nyde de bedste sider; som et banalt eksempel er det nu skønt og herligt dekadent, at man kan købe varm kaffe i supermarkedet, som man så kan nyde, mens man køber ind!

Om det Faglige

Hvor er matematik dog en dejligt fredelig beskæftigelse, kan jeg ikke lade være med at tænke i denne krigstid!

Karsten Grove og Chang Wan

Karsten Grove er professor i Riemannsk geometri på University of Maryland og en stor kapacitet indenfor feltet. Han er i øvrigt dansker og har tidligere arbejdet sammen med min hovedvejleder i Danmark, Steen Markvorsen. Så det var af faglige grunde oplagt at vælge University of Maryland som første stop på rejsen.

Da vi ankom først i august, var semesteret endnu ikke startet, og Karsten Grove var stadig i Danmark på sommerferie. Det administrative arbejde var gjort godt, så der var en kontorplads klar til mig på det matematiske institut. Instituttet var et velkomment holdepunkt i den første tid, hvor alt stadig var nyt og uafklaret.

Jeg kom til at dele kontor med Karstens anden besøgende Chang Wan Kim, der er fra Korea. Straks jeg indfandt mig på kontoret, begyndte han entusiastisk at udspørge mig om mine ideer om Riemannsk geometri. Chang Wan er ikke specielt god til engelsk, men vi har udviklet en form for kommunikation. Han er stadig meget entusiastisk, når vi diskuterer matematik; han lever sig ind i emnet og tager hele kroppen i brug for at forklare sig.

Arbejde og mandagsmøder

Karsten Grove på sit kontor på University of Maryland. Det er mandag og vi er på vej til frokost.

I slutningen af august, da semesteret startede for alvor, kom Karsten Grove så tilbage fra sommerferie. Hver mandag har Kim og jeg et møde med Karsten, hvor vi skiftes til at holde oplæg om vores arbejde. Karsten er god til at spørge og lede diskussionen i interessante retninger.

Personligt arbejder jeg for tiden på to emner. Det ene drejer sig om Riemannske mangfoldigheder af såkaldt negativ type (se Proc. Amer. Math. Soc. 130 (2002), 175-181.), det eneste eksempel på en kompakt mangfoldighed af negativ type jeg kendte , før jeg kom her, var standardsfæren med konstant krumning. Nu har vi måske fundet på andre eksempler, og kan dermed udelukke den oplagte hypotese, at negativ type karakteriserer standardsfæren.

Mit andet emne er en fortsættelse af ting, som Karsten og Steen, min vejleder i Danmark, tidligere har arbejdet på men aldrig nåede at afslutte. Det drejer sig om indlejring af endelige metriske rum i konstant krummede Riemannske mangfoldigheder og er således blandt andet et forsøg på at forstå/give mening til begrebet krumning for endelige metriske rum. Også her ser det ud som om, der sker fremskridt.

Chang Wan har det lidt sværere, måske fordi han har lagt sig fast på et problem, som både er meget svært og måske ikke helt "naturligt", det mener Karsten ihvertfald. I den anledning får vi også diskuteret på et mere filosofisk plan, hvad "naturlige" problemer er, og hvordan man skal håndtere selve "det at forske", hvor man både møder fastlåste situationer, blindgyder hvorfra man ikke kan gøre fremskridt, pres udefra og pres indefra.

Chang Wan er i den situation, og det er jeg også lidt selv, at han nærmest er nød til at producere resultater under sit ophold i USA for at have en chance for at få job derhjemme eller eventuelt et nyt stipendium bagefter. Det er bare ikke fordrende for kreativiteten, hvis motivationen primært er dette pres. Det vigtigste, og mest effektive, er et eller andet sted at holde fast i den eneste grund til, at man blev matematiker i første omgang, nemlig glæden og spændingen ved selve det smukke i matematikken.

Andet omkring instituttet

Det matematiske institut på University of Maryland er ret godt rent fagligt. Udover mit eget arbejde og mandagsmøderne deltager jeg også i et ugentligt geometriseminar, og jeg har desuden fulgt et kursus lidt fra sidelinien. Kurset handler om diskrete grupper af isometrier i hyperbolsk geometri, hvilket ikke helt er mit interessefelt, men ind imellem kommer nogle spændende ting op.

Forelæseren, Richard Schwartz, er ret ung og meget ustruktureret, men har en smittende glæde og entusiasme for emnet. Han kan også være ganske morsom, som en dag da han forelæste over en af sine egne artikler: "I always told my family that they would lecture about my work at universities, but never thought that I would be the one doing it!".

Geometriseminarerne er som regel ganske interessante. Det er sådan med seminarer generelt, at de kan være svære at følge, hvis emnet ikke lige er ens speciale. Det kan ind imellem være lidt intimiderende og får een til at tænke: "hvad laver jeg egentligt her, i denne matematikverden, hvis jeg ikke engang kan dette på fingerspidserne efter så mange år?" Min erfaring er dog, at næsten alle tænker sådan ind imellem, selv de største kapaciteter.

Noget andet er, at jeg her på instituttet synes at have bemærket et særligt fænomen ved seminarer og foredrag. Det er som om nogle bestemte personer altid sidder på første række og forsøger at komme foredragsholderen i forkøbet, dvs. lige komme med en kommentar eller et spørgsmål om noget, som alligevel ville blive fremlagt to minutter senere. Det kan være lidt irriterende og sikkert intimiderende for foredragsholderen, hvilket nu ikke ser ud til at gøre "spørgerne" noget.

Nogle tanker

Et eller andet sted er matematikverdenen også en konkurrencepræget verden, på godt og ondt. Man vil gerne fremstå som klog og indsigtsfuld, og urfrygten er at dumme sig omkring et helt elementært problem. Det kan indimellem være hæmmende, det har jeg ihvertfald personligt oplevet i min tid som matematiker, og gøre det til en overvindelse at stille spørgsmål og kommunikere sine ideer, f.eks. når man er i selskab med de "store kanoner". Men effekten kan også være omvendt, at man skal hævde sig hele tiden.

Noget andet som helt klart bidrager til konkurrencepræget er, at systemet fungerer sådan, at den eneste måde at opnå en status, der gør at man kan få job eller stipendier, er at publicere artikler. Og status måles gerne i antal publicerede artikler og antal citationer af disse. En undtagelse fra denne regel er selvfølgelig dette herlige rejselegat!

Når alt dette er sagt, alle disse tanker tænkt, alle forbehold overfor hvordan systemet fungerer, frygten for at dumme sig og præstationspresset, der hviler tungt over een, så er det vigtigste igen at finde tilbage til glæden over det smukke og enkle i matematikken, fascinationen ved at udforske det ukendte, følelsen af at man beskæftiger sig med noget dybt i menneskets og universets natur.

Nu kom det til at lyde meget "ophøjet", men for det meste er det matematiske arbejde et hyggeligt puslearbejde, og det vigtigste redskab kan godt være en sofa, som Harald Bohr udtrykte det; og kaffe ikke at forglemme. At være matematiker er en svær balancegang mellem mindreværd, selvhævdelsestrang og dårlig samvittighed over at leve så privilegeret . Det bliver kun gjort lettere ved ikke at tage sig selv alt for alvorligt.

Som noget helt jordnært må jeg indrømme, at selve synet og duften af alle bøgerne på det matematiske biblioteket kan gøre mig glad og uvægerligt få mig til at tænke igen: "hvor er matematik dog en dejligt fredelig beskæftigelse"...

Fortsættelse følger i næste nummer af Matilde.

Om Rejselegat for Matematikere

Magister Valdemar Andersen og hans hustru Else Andersen testamenterede en del af deres formue til en fond, "Rejselegat for Matematikere", der blev blev indstiftet ved fundats d. 5. oktober 1964, efter Valdemar Andersens død i 1963. Fondens overskud anvendes til rejselegater til nylig uddannede matematikere. Valdemar Andersen var først sent selv kommet ud at rejse, men han var overbevist om, at det havde "stor betydning for de unges udvikling at komme ud i større forhold og nye omgivelser, inden de groede fast i en hjemlig livsstilling".

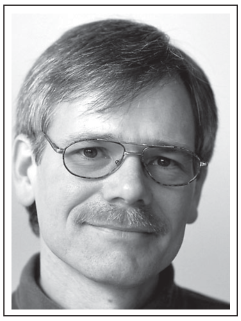
Legaterne uddeles en eller to gange om året. Fra universiteterne modtages fortegnelse over samtlige nyuddannede kandidater med hovedfag i matematik. Blandt disse trækkes der lod om de disponible legater.

Legatet skal anvendes til en udlandsrejse i studieøjemed af omkring et års varighed. Legataren uddarbejder en studieplan og et budget, som skal godkendes af legatets bestyrelse. Det er således ikke et fastlagt beløb legataren modtager. Rejselegatet giver også mulighed for, at modtageren ledsages på rejsen af ægtefælle/kæreste og børn, hvilket selvfølgeligt influerer kraftigt på det samlede budget.

Der er ganske få krav, som legatmodtagerne skal efterleve. Blandt disse er, at legataren kvartalsvis skal rapportere til legatets bestyrelse om rejsens forløb og efter hjemkomst et år frem stille sin opnåede viden og erfaring til rådighed, såfremt bestyrelsen anmoder herom.

Kilde: Valdemar Dan-Jensen, Rejselegat for Matematikere, Krohns Forlag, 1997.

Af: Martin Raussen, Institut for matematiske fag, Aalborg Universitet, e-mail: raussen@math.auc.dk



Første Abelpris til Jean-Pierre Serre

Der eksisterer ingen Nobelpris i matematik. Hidtil har Fields-medaljerne, som uddeles hvert fjerde år under den Internationale Matematikerkongres, givet modtagerne en lignende prestige, men nok kun i matematikerkredse. Medaljerne har næppe haft samme bevågenhed i offentligheden, og prisbeløbet er beskedent.

I 2001 vedtog det norske Storting på foranledning af regeringen Stoltenberg at afsætte 200 millioner norske kroner til den nye Niels Henrik Abel Minnefond. Man vedtog at fondets afkast skal gå til uddelingen af en international Abelpris i matematik, til arrangementer knyttet til prisuddelingen samt til aktiviteter for at øge rekrutteringen til faget. Prisen på 6 millioner norske kroner årligt blev officielt indstiftet ved en "bicentennial" konference i fjor i forbindelse med Abels 200 års fødselsdag. Der blev nedsat en "Abelkomite" bestående af Erling Størmer (Oslo, formand), John Macleod Ball (Oxford), Friedrich Hirzebruch (Bonn), David Mumford (Brown U, Fieldsmedalje 1974), og Jacob Palis (IMPA, Brasilien). Komiteen besluttede at den første Abelpris skulle tildeles den 76-årige franske matematiker Jean-Pierre Serre, som i 1954 i en alder af ikke en gang 28 år allerede havde modtaget Fieldsmedaljen for sit banebrydende arbejde især inden for homotopiteori. Serres matematiske bedrifter beskrives kort på de følgende sider (på norsk – sakset fra siden http://www.abelprisen.no).

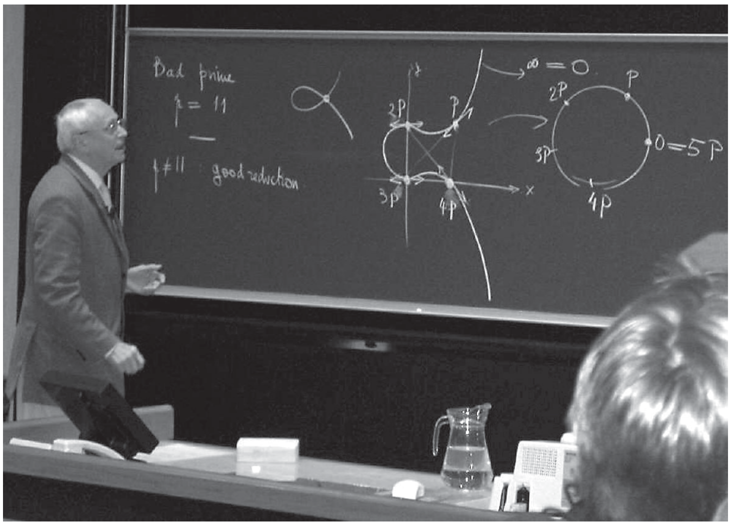
Abelprisen 2003 (Kilde: http://www.abelprisen.no/presse/)

Festligheder i Oslo

Allerede på Karl Johan var det umuligt at overse at der skulle ske noget særligt. Begge sider var udsmykket med bordeauxrøde bannere med Abelprisens logo. I strålende solskin begyndte festlighederne i Oslo søndag den 1.juni ved en enkel højtidelighed ved Abel-monumentet i slotsparken. Efter at lederen af Abelstyret (som arrangerer prisfesten), Jens Erik Fenstad, havde holdt en kort tale blev der nedlagt en krans af prismodtageren Jean-Pierre Serre.

Abelforedrag

Mandag den 2.juni begyndte programmet i Georg Sverdrups hus, den flotte nye biblioteksbygning på universitet i Oslo i Blindern. På Galleri Sverdrup på 1.sal var der indrettet en interessant udstilling, der slår bro



Jean-Pierre Serre under Abel-forelæsningen

Jean-Pierre Serre modtager Abelprisen af Kong Harald (Kilde: http://www.abelprisen.no/presse/)

mellem de tidligste nordiske vidnesbyrd for matematisk litteratur og Serres forsknings- og interessefelter. Blandt andet kunne man se en computergrafisk forklaring af gruppestrukturen på en elliptisk kurve.

Inden Jean-Pierre Serre kunne begynde på sit Abelforedrag, blev han introduceret. Til publikums store moro blev han der kåret til *Nobel*prismodtager i matematik, ovenikøbet to gange. Serres foredrag havde titlen *Prime numbers, equations and modular forms*. Han levede fuldt ud op til sit ry som en uforlignelig foredragsholder. Han forelæste på "gammeldags" vis med kridt på tavlen og imponerede alle med en meget klar præsentation uden manuskript. Foredraget tog udgangspunkt i to ligninger, x^3-x-1=0 og y^2-y=x^3-x^2. Ved hjælp af den første forklarede Serre, hvordan antallet af løsninger modulo et primtal p (fraregnet 1) kan beregnes som koefficient i en potensrække (et Eulerprodukt) og som koefficient i en Dirichletrække svarende til en Galoisrepræsentation og dermed med udgangspunkt i modulære former (af vægt 1). Også ved den anden ligning, prototypen for en elliptisk kurve med en simpel gruppestruktur, er det interessant at undersøge antallet af løsninger modulo et primtal p (eller rettere tallet a_p givet ved a_p=1+p-løsningsantallet; at dette tal har gode aritmetiske egenskaber, forklaredes ved Lefschetz fikspunktformel fra topologien). Efter en tour de force gennem l-adisk kohomologiteori havnede vi igen ved modulære former, nu af vægt 2. Til sidst forklarede Serre den såkaldte Sato-Tate formodning: Skrives a_p som 2 p-cosh($_p$), så er vinklerne $_p$ ligelig fordelte mht. Sako-Tate-målet, som beskriver fordelingen af vinkler om Euler-aksen ved en 3-dimensionel rotation – illustreret ved hjælp af en bordtennisbolds bevægelse.

Matte-Tivoli

Mandag eftermiddag drejede det sig om fundatsens andet formål: At gøre unge mennesker interesseret i matematik. Til det formål var der på Universitetsplassen foran universitetets hovedbygning indrettet et "Mattetivoli" med bl.a. Matte-bingo, Matte-bowling, tårnene fra Hanoi og mange andre aktiviteter. Alle deltagere modtog en bogpris. Desværre havde man åbenbart lagt hele energien i udformningen af dette tivoli og ikke nok i at trække deltagere til. For det meste var der flere instruktører i Abelpris T-shirts end deltagere til stede. På et tidspunkt var der prisuddeling til de bedste deltagere i to matematiske konkurrencer: KappAbel (for 9.klasses elever) og Abelkonkurransen (for elever på videregående skoler – vinderne deltager i matematikolympiaden i Tokyo). Priserne blev uddelt af Jean-Pierre Serre assisteret af undervisnings- og forskningsminister Kristin Clemet (Høyre), som betonede vigtigheden af matematikfaget som grundlag for mange kundskaber og for teknologiske fremskridt, samt af støtten til matematiske talenter. Det hele blev indrammet af en ung entusiastisk konferencier og af en rocksanger.

Prisuddeling til vindende elever fra en 9.klasse

Presse

Efter disse prisuddelinger modtog Jean-Pierre Serre veloplagt på Hotel Continental – hvor han boede i Abelsuiten – flere hold journalister til interviews, herunder den norske matematiker Christian Skau fra Trondheim og Matildes udsendte. Dette interview vil vi udsende i Matildes efterårsnummer. Tirsdag morgen mødte Jean-Pierre Serre samt repræsentanter fra Abelkomite og Abelpris organisationen så verdenspressen – 10 journalister fra Norge, England, Frankrig og Tyskland - på Hotel Continental. Herefter blev han modtaget i audiens på kongeslottet.

Prisuddeling

Tirsdag eftermiddag var der prisuddelingsceremoni – det foregik med pomp og pragt. Aldrig før i mit liv har jeg set så mange matematikere i jakkesæt og med slips på, og også jeg selv måtte finde mig i denne uvante rolle. Ved indgangen til Oslo universitetets aula – med udsmykninger af Edward Munch – spillede Prins Christian Augusts Grenaderkorps på piber, horn og trommer. Til den fastsatte tid åbnedes ceremonien med en procession af Abel-styret, Abel-komiteen, Akademiets styre og selvfølgelig Jean-Pierre Serre gennem midtergangen. Herefter blev Kong Harald og Dronning Sonja fulgt ind i salen. I sin tale fremførte præsidenten for det Norske Videnskabsakademi, Inger Moen, Abelprisens dobbelte formål: at fremme matematisk forskning og at vække unge menneskers interesse for matematik og naturvidenskaberne. For Abelkomiteen motiverede formanden prof. Erling Størmer valget af Serre som første prismodtager: Han har været et ”lokomotiv” for den moderne udformning af mange matematiske områder og dermed lagt grundstenen til løsningen af mange udestående problemer i geometri og talteori.

Herefter overrakte kongen prisen til Jean-Pierre Serre. Da talerne hidtil var foregået på norsk, syntes Serre, at han var i sin gode ret at formulere dele af sin takketale på fransk Han talte varmt om den matematiske familie og udtrykte håb om, at Abelprisen, både den ”store” og de ledsagende konkurrencer for elever, ville øge forståelsen for faget i omverdenen. Det fremragende norske solistkor og en trompetist sørgede med moderne satser til sonnetter af Shakespeare for en meget flot ramme om programmet.

Om aftenen afholdt den norske regering en ”Abelbankett” på Akershus Slott for de centrale personligheder med deltagelse af kongehuset; både statsminister Bondevik og IMUs formand John Ball talte.

Abel-Symposium

Det faglige program afsluttedes onsdag med et Abelsymposium på universitetet. I sin indledning forklarede Ragni Piene, at symposiet skulle indeholde forelæsninger med relation til prisvinderens arbejde. Jean-Pierre Serre selv lagde ud med et foredrag om ”Finite subgroups of Lie groups”; han endte med at bestemme de maksimale ordener for p-undergrupper af Liegruppen E_8 over de rationale tal. Tony Springer (Utrecht) talte i sin forelæsning ”The compactification of a semi-simple group” om hvad en gruppes egenskaber (fx. dens inddeling i konjugeringsskiasser) medfører for dens kompaktificering. Herefter var det Peter Sarnak (Princeton), som forelæste om ”L-functions and equidistributions” og om helt nye forbindelser til ergodeteori. Den sidste taler Barry Mazur (Harvard) forbandt i sit foredrag ”Spectra and L-functions” to af Serres arbejdsområder, topologi og talteori, ved at knytte Kervaire-Milnor formlen for antallet af glatte strukturer på en sfære sammen med p-adiske L-funktioner ved p-adisk interpolation.

Afslutningsvis samledes matematikerne og deres venner til en fejende flot havefest i det norske videnskabs akademis have. Og vejret var igen strålende! Om festlighederne kan hjælpe med at gøre matematikken mere synlig i offentligheden, det må fremtiden vise. I den seriøse norske presse blev man fyldigt orienteret om prisuddelingen og dens baggrund – selv om festlighederne klart stod i skyggen af forventningerne til en fodboldkamp mod et vist naboland i syd. Den norske matematiske familie har i hvert fald lagt mange gode kræfter i at udnytte Abelfesten til et PR-fremstød.

Serres matematiske værk i korte træk

Den første **Abel-prisen** er tildelt Jean-Pierre Serre, en av vår tids store matematikere. Serre er professor emeritus ved Collège de France i Paris. Han har gitt dyptgående bidrag til matematikkens utvikling i mer enn et halvt århundre, og han er fremdeles aktiv. Serre har hatt enorm betydning når det gjelder å gi mange deler av matematikken en moderne form, blant annet:

- *Topologi*, som er studiet av kurver, flater og mer generelle geometriske objekter. Her behandles spørsmålet: Hva forblir uendret i disse objektenes geometri selv om de strekkes eller tøyes? På hvilken måte kan vi si at ett geometrisk objekt er vesensforskjellig fra et annet? Med vesensforskjellig mener vi her at selv om begge objekter er så elastiske og så bøyelige som mulig, så vil vi ikke få dem til å se likedan ut uansett hvordan vi prøver å forme dem. Hvordan kan vi for eksempel si at de to knutene

er vesensforskjellige? Tenk deg at de er laget av tau. Uansett hva du gjør med dem (bortsett fra å klippe over tauet) får du dem ikke til å se helt like ut!

- *Tallteori*, som er studiet av tallenes grunnleggende egenskaper.
  - primtall (tall som kun er delelig med 1 og seg selv) og faktorisering
  - algebraiske tall (tall som er løsning av polynomlikninger)
  - spørsmål vedrørende tallenes plassering (f.eks. Catalans problem: De eneste etterfølgende perfekte potenser er $2^3=8$ og $3^2=9$)
  - spørsmål vedrørende beregninger (f.eks. hvis x er svært stor er det grovt regnet $\dfrac{x}{\log x}$ primtall som er mindre enn x)
  - løsninger av polynomer (f.eks. Fermats siste sats).

- *Algebraisk geometri*, som omhandler forbindelsen mellom algebra og geometri. Dette treffer vi på allerede i den analytiske geometrien som undervises på videregående skole, gjennom studier av f.eks. sirkler, parabler, ellipser og hyperbler, de såkalte kjeglesnitt. Det er den grenen av matematikken som blant annet stiller de grunnleggende spørsmålene:
  - Hvordan framstiller vi geometrisk løsninger av systemer av polynomlikninger?
  - Hvis vi har informasjon om geometrien, hva vet vi da om den underliggende algebraiske strukturen?

Mange av de grunnleggende resultatene innen disse disiplinene kan vi takke Serre for. Og dette er bare noen av områdene hvor Serre har bidratt. Vi skal se nærmere på to emner; topologi og tallteori. Topologiens moderne tidsalder ble innledet med arbeidet til Henri Poincaré i hans artikkelserie *Analysis Situs* fra 1895. Vi skal antyde noe om forbindelsen mellom dette arbeidet og Serres enestående bidrag innen algebraisk topologi. Vi regner ofte at algebraens og tallteoriens moderne tidsalder begynte med arbeidene til Gauss, Lagrange, Galois og Abel. Vi skal kort nevne forbindelsen mellom disse matematikerne og Serres bidrag til tallteorien.

Topologi: Serre utviklet revolusjonerende algebraiske metoder innen algebraisk topologi. For å få en idé om hvilke matematiske spørsmål som behandles i algebraisk topologi, kan vi tenke oss at vi har et geometrisk objekt *X*. Vi ønsker å finne de kvalitative egenskapene til objektet, det vil si de egenskapene som bevares selv om vi antar at det geometriske objektet er elastisk og ikke-stivt. Som et enkelt eksempel lar vi *X* være overflaten av en sykkelslange. Et slikt objekt, laget av gummi, kan strekkes og presses sammen. Vi skal se på de egenskapene ved flaten som ikke endrer seg når den utsettes for slike påkjenninger. Det betyr at lengdemål ikke blir regnet som en ekte "kvalitativ egenskap," for hvis slangen endrer form når gummien strekkes, vil lengder kunne endres. Henri Poincaré oppdaget imidlertid en interessant "kvalitativ egenskap" ved en slik flate. Han stilte følgende spørsmål: På hvor mange måter kan vi tegne en lukket kurve på denne flaten? Her anses to lukkede kurver på flaten for å være vesensforskjellig bare dersom det ikke lar seg gjøre å bringe den ene av dem over på den andre på en kontinuerlig måte.

I arbeidet med å klassifisere alle vesensforskjellige lukkede kurver på et geometrisk objekt *X*, fant man en kilde til den typen "kvalitative egenskaper" man var på jakt etter. Ved å svare på spørsmålet til Poincaré: "Hvor mange vesensforskjellige lukkede kurver er det på *X*?" kan vi i mange tilfeller skille mellom forskjellige objekter (hvis for eksempel *X* er overflaten av en ball, finnes det bare én slik kurve, mens på overflaten av en smultring, som figuren ovenfor viser, finnes det mange).

Finnes det andre "kvalitative egenskaper" som vil være mer følsomme verktøy når det gjelder å skille mellom, og forstå geometriske objekters iboende egenskaper? (Matematikere omtaler disse "kvalitative egenskapene ved *X*" som "homotopi-invarianter av *X*"). Et sted det vil være naturlig å lete etter flere og finere homotopi-invarianter, er i høyere-dimensjonale versjoner av Poincarés idé. I stedet for kun å betrakte Poincarés verktøy (lukkede kurver på *X*) kan vi betrakte vesensforskjellige høyere-dimensjonale objekter (av samme type) inneholdt i objektet *X*. Men hvilke høyere-dimensjonale objekter vil det være formålstjenlig å bruke som kilde til å finne kvalitative egenskaper?

En n-dimensjonal sfære er rommet av alle punkter med avstanden 1 fra origo i et (n+1)-dimensjonalt euklidsk rom. Sirkelen er den en-dimensjonale sfæren, den to-dimensjonale sfæren er overflaten av en ball osv. En lukket kurve på *X* danner vi ved å legge den en-dimensjonale sfæren (sirkelen) inn på *X* (ved hjelp av det som matematikere omtaler som en kontinuerlig avbildning).

Dette ledet matematikere til å betraktet mengden av vesensforskjellige kontinuerlige avbildninger av den n-dimensjonale sfæren på *X,* for *n*=1,2,3,…. Disse mengdene (definert på riktig måte) omtales som n-te homotopigruppe til *X* (for *n*= 1,2,3,…), og de kan betraktes som en rekke med store, gåtefulle "kvalitative egenskaper" ved det geometriske objektet *X*. Vi har brukt det matematiske begrepet *gruppe* for å signalisere at mengden som disse vesensforskjellige avbildningene utgjør, har en innviklet algebraisk struktur. Det er oppsiktsvekkende at når man leter etter "kvalitative egenskaper" i geometri, dukker det naturlig opp algebraiske objekter.

Det som er avgjørende for om homotopigrupper er et godt verktøy, er om det lar seg gjøre å beregne dem for viktige geometriske objekter og spesielt for sfærene selv. For hvert par av naturlige tall *n* og *m* vil et kjerneproblem være å beregne hvor mange vesensforskjellige avbildninger av den *n*-dimensjonale sfæren på den *m*-dimensjonale sfæren som finnes, og, noe som er mer krevende, hvilken struktur disse avbildningene har. Det finnes alltid én uinteressant kontinuerlig avbildning: projeksjonen av den *n*-dimensjonale sfæren på ett enkelt punkt på den *m*-dimensjonale sfæren. Men for mange par $n \geq m$ er det også mange *interessante* avbildninger, like intrikate som de er vakre, som bygger broer til algebra, ja endog til tallteori! Bortsett fra når $n = m$ eller $n = 2m-1$ vil antallet vesensforskjellige avbildninger fra den *n*-dimensjonale sfæren til den *m*-dimensjonale sfæren være endelig.

Detaljert kunnskap om disse avbildningene er på mange måter nøkkelen til å kunne angripe og forstå et stort spekter av topologiske problemer.

Serre utviklet et algebraisk maskineri som gav nøyaktige svar på mange slike spørsmål, og som innledet en epoke med viktige framskritt innen algebraisk topologi. For å illustrere hvor innviklet, men dog så presist dette er, skal vi liste opp noen få konkrete eksempler: det finnes bare to vesensforskjellige kontinuerlige avbildninger av den 5-dimensjonale sfæren på den 3-dimensjonale sfæren, det finnes 12 vesensforskjellige avbildninger fra den 6-dimensjonale sfæren på den 3-dimensjonale sfæren og det er 4 vesensforskjellige avbildninger fra den 9-dimensjonale sfæren på den 4-dimensjonale sfæren.

Tallteori: I de siste 40 år har Serres glimrende arbeider innen tallteori, og ikke minst hans visjoner, ført emnet fram mot dagens storhetstid. Hans arbeider har vært uunnværlig i forhold til å berede grunnen for mange av de store gjennombruddene de siste årene, inkludert Wiles' arbeid med Fermats siste sats. Serres bidrag her er så omfattende at det knapt lar seg gjøre å gi et inntrykk av hvor omfangsrikt det er, men vi skal forsøke å forklare litt av bakgrunnen slik at vi kan ha gleden av virkelig å sette pris på i det minste ett av Serres grunnleggende resultater.

Formelen for løsning av andregradslikninger slik vi lærer den på videregående skole, "løser" alle andregradspolynomer i én variabel. Svaret inneholder kvadratroten av et bestemt uttrykk. På 1500-tallet brukte italienske algebraikere kubikkrøtter og fjerderøtter til å uttrykke løsningene på tredjegrads- og fjerdegradspolynomer. Vår egen Niels Henrik Abel viste at dette enkle verktøyet ("å trekke ut røtter") ikke var tilstrekkelig til å løse alle polynomlikninger av grad 5 eller høyere. Ikke desto mindre er ideen med å "trekke ut røtter" fremdeles et viktig instrument når vi skal analysere algebraiske tall, det vil si tall som fremstår som løsninger på polynomlikninger med heltallskoeffisienter, selv om det ikke lykkes i alle sammenhenger. Her er et eksempel på en slik polynomlikning, vilkårlig valgt:

$$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

Denne likningen har seks løsninger (viser det seg) og alle er algebraiske tall.

Tidlig på 1800-tallet jobbet matematikeren Carl Friedrich Gauss blant annet med en grunnleggende problemstilling som hadde å gjøre med røtter. Gauss ga en inngående analyse av de algebraiske tallene som er røtter av tallet 1, såkalte enhetsrøtter. Hvis z er et komplekst tall som opphøyd i tredje potens gir 1, så kalles z en kubikkrot av 1, og tilsvarende hvis z er et komplekst tall som opphøyd i n-te potens gir 1,

$$z^n = z\,z\,z \dots z = 1$$

så kalles z en n-te-rot av 1. For eksempel er de seks sjuenderøttene av 1 (i tillegg til den opplagte løsningen 1) seks komplekse tall som vi kan skrive som:

$$\cos(2p/7) + i \sin(2p/7)$$
$$\cos(4p/7) + i \sin(4p/7)$$
$$\cos(6p/7) + i \sin(6p/7)$$
$$\cos(6p/7) - i \sin(6p/7)$$
$$\cos(4p/7) - i \sin(4p/7)$$
$$\cos(2p/7) - i \sin(2p/7)$$

(Disse seks tallene er nøyaktig løsningene på sjettegradslikningen gitt ovenfor!)

Hvis vi plotter alle sjuenderøttene av 1 i det komplekse planet, vil de danne hjørner i en regulær sjukant.

Ett av Gauss' berømte resultater om enhetsrøtter er en garanti for at de er en rik kilde til å produsere algebraiske tall. Med "rik kilde" mener vi, slik Gauss viste, at det ikke er noe overflødig i listen ovenfor over de seks sjuenderøttene av 1. Det vil si at ingen av røttene kan uttrykkes som en sum av heltalls multipla av de andre røttene. Gauss beviste at for alle n=3,4,… vil n-terøttene av 1 tilsvarende være en "rik kilde".

En av Serres mange grunnleggende setninger sier oss at vi kan ha tilgang til et enda mer rikholdig forråd av algebraiske tall ved å studere de matematiske objektene som kalles elliptiske kurver.

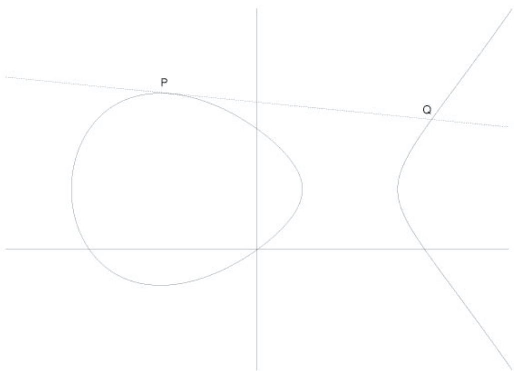
Elliptiske kurver dukket opp gjennom studiene av elliptiske integraler. Navnet kommer av at buelengden til ellipsen kan uttrykkes ved et slikt integral. Gauss, Abel og Jacobi fikk tidlig på attenhundretallet idéen om å *invertere* disse buelengde-uttrykkene. Dermed dukket det som vi i dag kaller elliptiske funksjoner opp. Disse kan betraktes som generaliseringer av de klassiske trigonometriske funksjonene (sinus, cosinus). På elliptiske kurver kan vi på en naturlig måte definere en *addisjonslov*, analogt med addisjonslovene for sinus og cosinus. Vi kan bringe denne analogien et stykke videre, i steden for den velkjente kvadratiske relasjonen $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, tilfredsstiller de elliptiske funksjonene en kubisk relasjon og løsningene er gitt som plane kubiske kurver. Dette er de *elliptiske kurvene.*

Glatte, elliptiske kurver i (x,y)-planet med heltallskoeffisienter som f.eks.

$$E: \quad y^2 + y = x^3 - x$$

er spesielt relevante for tallteori. Enhver slik elliptisk kurve E vil gi opphav til en samling av algebraiske tall. Disse algebraiske tallene er koordinatene til bestemte punkter på den elliptiske kurven. Vi kaller disse punktene for "torsjonspunkter på E av odde orden". I studiet av en elliptisk kurve E spiller torsjonspunktene noenlunde samme rolle som enhetsrøttene spiller i studiet av komplekse tall.

Vi skal gi en geometrisk beskrivelse av addisjon på en elliptisk kurve E: Vi starter med et punkt P på E med koordinater $P = (a,b)$. Trekk tangenten til kurven E i P. Denne tangenten vil skjære kurven i nøyaktig ett annet punkt Q (bortsett fra i de åtte tilfellene der tangenten vil ligge litt for tett opptil denne kurven, for i disse tilfellene kan det "andre punktet" Q anses som P selv!). Gjør så det samme med Q. Trekk tangenten til kurven i Q. Denne tangenten vil skjære kurven i nøyaktig ett annet punkt R. Gjør så det samme med R, og fortsett på samme måte. Enten vil du aldri komme tilbake til punktet P uansett hvor mange ganger du gjentar denne prosessen, eller så vil du komme tilbake til P. I de tilfellene du kommer tilbake til P, vil koordinatene (a,b) til P nødvendigvis være algebraiske tall. Slike punkter P omtales som antydet over, som torsjonspunkter av odde orden.



Serres svært omfattende generalisering av Gauss' resultater slik vi har gitt et gløtt av ovenfor, sikrer at for alle elliptiske kurver vil mengden av algebraiske tall, definert ved koordinatene til kurvens torsjonspunkter, være en mengde som er like rikholdig som man har lov å håpe på.

For å gi et hint om hva man mener med det vi nå har sagt skal vi kikke litt på et tall som vi refererer til som *ordenen* til et torsjonspunkt på en elliptisk kurve. Vi holder oss til den elliptiske kurven

$$E: \quad y^2 + y = x^3 - x$$

For et gitt primtall p finnes det nøyaktig p^2-1 torsjonspunkter av orden p på denne kurven. Alle disse har (x,y)-koordinater som er algebraiske tall. Serres resultat sier oss at det i dette tilfellet er hele $(p^2-1)(p^2-p)$ forskjellige permutasjoner av denne mengden av torsjonspunkter som bevarer den underliggende algebraiske strukturen.

Serres teorem gir faktisk informasjon om *alle* elliptiske kurver gitt ved kubiske likninger med koeffisienter som er algebraiske tall, ikke bare vårt eksempel. Konsekvensen av dette er at for enhver elliptisk kurve så holder alt vi har sagt til nå eller så er den elliptiske kurven av en helt spesiell type (den *"har kompleks multiplikasjon"*).

Serres arbeider var begynnelsen på den moderne og gloriøse tidsalder for dette området. Et område hvor dyp aritmetisk innsikt i elliptiske kurver koples med mer klassiske begreper, som modulære former og hvor Serre selv har levert inspirerende og epokegjørende bidrag.

fra Abelprisens hjemmeside http://www.abelprisen.no

Societe Mathematique de France

By: Michel Waldschmidt, president of
Société Mathématique de France,
Université Paris 6
e-mail: miw@math.jussieu.fr

Mathematics is an international adventure and mathematicians use to cooperate with other specialists from all around the world. We keep tight links with colleagues from far removed countries, but sometimes we should consider also strengthening our ties with geographically more close neighbours. For us, members of the Danish Mathematical Society and Société Mathématique de France, who live in neighbouring countries, it is clear that we should know better each other and interact better. The aim of the present message is to introduce SMF to the members of DMF.

The S.M.F.

The Société Mathématique de France was created in 1872 (just one year before Dansk Matematisk Forening) by Michel Chasles, who happened to be the first French member of the London Mathematical Society. He became the first president, elected for one year. In the first issue of the Bulletin, the statutes claim that the purpose of this new learned society is to promote the progress of science and to propagate the studies in pure and applied mathematics. This is done by the works of the society and the publications of the memoirs of its members.

Our society was created to serve as a tie between the French mathematicians. It was a quite small community at that time, almost of a familial size. Due to the expansion of mathematics the number of mathematicians working in France exceeds 5000 (according to the list which will appear in the next edition of the world directory of mathematicians) and our society includes around 2000 members.

Publications

One important goal of SMF, from the beginning, has been mathematical publication. Just one year after SMF was created, in 1873, the first issue of the *Bulletin de la Société Mathématique de France* appeared. Now, besides the paper version, an electronic version of the Bulletin is available for subscribers of the printed issues. Our collection of publication has been progressively enlarged. Since 1964 the Bulletin is completed with a supplément, the *Mémoires*, devoted mainly to monographs. *Astérisque*, created in 1973 on the occasion of the first centenary of the French Mathematical Society, publishes monographs as well as proceedings of big international conferences and Bourbaki seminars. The *Revue d'Histoire des Mathématiques* was founded in 1995. Further series include *Panoramas & Synthèses* (survey monographs at a high level), *Cours Spécialisés*} (courses at the graduate level for doctoral students) as well as *Séminaires & Congrès*, the electronic version of which is freely accessible on the web site. *Documents Mathématiques* just started: one of the first volumes, published in 2001, includes the correspondence between Grothendieck and Serre and is quite successful; an agreement for an english translation has just been signed between AMS and SMF. Besides these series, sporadic volumes have been published by SMF, especially a reedition of the Bourbaki Seminars from 1948 to 1968. Our society is now the main publisher in France for mathematical books and journals at a high level. A large percentage of the published material is in French. However we have now an agreement with the American Mathematical Society for a translation of some monographs which we already published in French: this is the series SMF . Also with AMS we have an agreement for distribution.

Digitisation is a concern of all publishers nowadays. We rely on the *NUMDAM* programme (*numérisation de documents mathématiques*) which is led by the Cellule MathDoc in Grenoble and participates in the international project of the Digital Mathematical Library.

Meetings

We have a "Journée Annuelle" one Saturday in the middle of June, where the official yearly General Assembly takes place, followed by scientific activities featuring 3 or 4 lectures on a topic of general interest. For instance, on june16, 2001, the topic was "Mathématiques et Mathématiciens au XXème siècle", on June 15, 2002, the theme was "Mathematical Biology", while for June 14, 2003, it will be "Groupes et Géométrie".

This annual meeting gives us also the opportunity every second year to attribute the *d'Alembert Prize* of SMF which is awarded to a work which raises public awareness of mathematics. In 2002, we also awarded the *Prix Anatole Decerf 2002* of the *Fondation de France* whose aim is to promote the pedagogy of mathematics. Three years ago, we celebrated the World Mathematical Year 2000 by awarding four special prizes *Prix d'Alembert des Lycéens* for lectures presenting actual mathematics within the reach of high school students. Given the success it had, we may repeat it in 2004.

Mathematical research is growing at a high speed, and it is of fundamental importance to keep informed with the new developments. This is why SMF organizes every year two "sessions de la recherche", where specialists on a given subject introduce the state of the art to other mathematicians and to graduate students. On 12-15 December, 2001, at the University of Nantes the subject was "Foncteurs polynomiaux, modules instables et cohomologie des schémas en groupes finis", while in May 2002 at Paris Nord, it was "Opérateurs de Schrödinger aléatoires: méthodes, résultats et perspectives". In 2003, the topics are "Dynamique presque hyperbolique" and "Aspects probabilistes de l'imagerie mathématique". Some of these lectures are published afterwards in *Panoramas et Synthèses*.

We run a number of international conferences with other learned societies: in

Lyon (July 2001) with AMS, in Nice (February 2003) with EMS (*European Mathematical Society*) and SMAI (*Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles*), in Toulouse (July 2004) with SMAI again, SFdS (*Société Française de Statistique*}), CMS (*Canadian Mathematical Society*) and CSS (*Canadian Statistical Society*).

Education

SMF is active in all questions which are related with mathematics. Therefore, education problems are one of our main concerns. SMF contributed to the creation of a think-tank group on the teaching of mathematics, which was later officially launched by the Minister of Education who nominated a committee with Jean-Pierre Kahane as President. A report of its work has been published in 2002

("L'Enseignement des Sciences Math\'ematiques", Éd. Odile Jacob) and is being translated into English.

The program of school teaching deserves the attention of professional mathematicians, but it is also important to introduce mathematics on a lighter basis to high school students: this is the goal of a number of associations created or supported by SMF, like *Animath* and *Math en Jeans*, where young people enjoy their free time by doing mathematics.

Every year, the Committee for Education of SMF runs a meeting to study the situation - in January 2002, a round table took place on the theme "Mathématiques et enseignement des sciences", while in January 2003, we deal with the forthcoming reform of academic education: "*Les Mathématiques dans les nouveaux cursus universitaires*" (*licence master doctorat*). We keep contacts with organizations like APMEP (*Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, an Association of High School Mathematics Teachers) and UPS (*Union des Professeurs de Spéciales*).

CIRM in Luminy

Mathematicians need to work together, either in small groups, or by participating in conferences. This is why SMF created the CIRM (*Centre International de Rencontres Mathématiques*) in Luminy in 1981. This is an Oberwolfach-like institute - the superb surrounding of the black forest is replaced by the proximity of the Mediterranean see and the calanques -, but the main idea is the same, namely to

offer to mathematicians the best possible conditions for working together. The task of this centre of research and training is to organize international meetings bringing together mathematicians and researchers in related fields from France and all over the world. Also it serves for the training of young researchers through intensive courses or summer courses. The capacity has been increased recently, and more than 60 people can be accommodated. Further works are taking place and a new auditorium is under construction.

Relations with other learned societies

I mentioned the SMAI, which was founded in 1983 by a group of French applied mathematicians. Our two societies have close links, and a number of joint actions are taking place. One of them (joint with SFP: *Société Française de Physique*) is towards the cooperation with developing countries, where our three societies just created a joint committee "Sciences de Base et Coopération" for that purpose. France hosts the CIMPA (*Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées*) which organizes schools in many developing countries and our societies support its activity - lack of funds for this institution is always the main difficulty, despite the support of UNESCO.

A further joint activity of SMF and SMAI is more oriented towards young mathematicians with the group called *Opération postes* whose goal is to distribute widely and in real time the information related to opening of positions (Professors or Ma{\^\i}tres de Conférences). The French bureaucratic system for filling academic positions is somewhat complicated and would deserve more explanations - however this system is usually modified every few years, so the actual one may change in the near future.

A booklet called *Explosion des Mathématiques* was released in July 2002 thanks to the joint efforts of SMF and SMAI; the goal is to promote mathematics to a wide audience. You may download it for free on the server of SMF.

Nowadays communication plays an essential role in all circumstances. For the communication inside the French mathematical community, the *Officiel des Mathématiques* (freely available on the web site of SMF since 1998) provides information on the seminars every month, and our *Gazette des Mathématiciens* (already mentioned) can be compared to an analogue of your Newsletter: it gathers information on different topics of interest for our members.

Our website http://smf.emath.fr displays further information on our society, with a directory of members, on-line order forms for books and journals, information concerning our publications, conferences, meetings, and much more.

Our two societies, Société Mathématique de France and Danish Mathematical Society have reciprocity agreements. We welcome members of DMF to join SMF as reciprocity members.

Further Information:

Société Mathématique de France
Institut Henri Poincaré
11, rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris cedex 05
France
http://smf.emath.fr
email : smf@dma.ens.fr

CIRM

By: Robert Coquereaux, CIRM, Luminy, Marseille
e-mail: Robert_Coquereaux@cirm.univ-mrs.fr

The Centre International de Rencontres Mathématiques (C.I.R.M.), situated in Luminy, Marseille, hosts a number of conferences every year in mathematics and related fields (theoretical physics, computing, A.I., information theory, mathematical biology etc). CIRM offers conference rooms, standard video and specialized computing facilities. Its mathematical library is the biggest in the south of France (70 000 volumes).

CIRM is located on the Luminy Campus, between the city of Marseille and the summer resort of Cassis. CIRM can house up to 80 people and its restaurant serves about 90 guests. The dimension of CIRM is international, but also regional, as it plays a prominent role within the universities and research institutes in the Marseille area. CIRM is a "Unité Mixte" under the common responsibility of the CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) and the SMF (Société Mathématique de France).

The CNRS and the French Ministry of Research primarily sponsor it. The governing body of CIRM consists of Scientific Council Administrative Council and a Director.

The first purpose of CIRM is to welcome one-week scientific gatherings of 30 to 60 people; the duration of such a CIRM conference is typically one week. It is possible to organize longer meetings, thematic schools for example. There is also another program (which started in 2001) of the type "Research in Teams": possibility of offering scientific and housing facilities for small research groups.

Every year, CIRM welcomes approximately 10000 visitors x days, and about 50 conferences in the domain of mathematics and related fields. Financial support for conferences can be obtained from CIRM, after the decision of Scientific Council that meets twice a year. This support takes the form of a number of free CIRM-days (typically 40% of the total number of CIRM-days used by a given conference).

Robert Coquereaux
Centre International de Rencontres Mathématiques (Directeur)
C.I.R.M. - Case 916 - Luminy
13288 - Marseille - France
(0033) 4 91 83 30 22
http://www.cirm.univ-mrs.fr

MaPhySto

Danmarks Grundforskningsfond: Netværk for Matematisk Fysik og Stokastik

Af: Arne Jensen Institut for matematiske fag Ålborg Unversitet e-mail: matarne@math.auc.dk

Per 1. april 1998 oprettede Danmarks Grundforskningsfond et Center for Matematisk Fysik og Stokastik ved Aarhus Universitet, med Ole E. Barndorff-Nielsen som videnskabelig leder. Deltagere i centeret omfattede videnskabelige medarbejdere ved universiteterne i Aalborg, Aarhus, København og Odense. Bevillingen var for en fem-årig periode, på total 25 mill. kr. Centerets aktiviteter og resultater blev underkastet en international evaluering i foråret 2002. På baggrund af denne evaluering besluttede bestyrelsen i Danmarks Grundforskningsfond, at centeret skulle ophøre per 31. marts 2003, men at dets aktiviteter skulle fortsætte i form af et netværk, under det i overskriften angivne navn. Der er bevilget 14,3 mill. kr. til netværket i perioden fra 1. april 2003 til 30. juni 2006. (Den gældende lov begrænser fondens bevillinger til denne dato. Loven forventes snart revideret.) Netværket fortsætter aktiviteterne fra centerperioden, med forskning indenfor matematisk fysik, stokastik, samspillet mellem disse, samt analytisk talteori. Derudover indgår nogle udvalgte emner fra matematisk biologi som et nyt område. Deltagerne i netværket er fra Aalborg Universitet Arne Jensen, Steffen L. Lauritzen, og Jesper Møller. Fra Aarhus Universitet er det Jørgen Ellegaard Andersen, Søren Asmussen, Erik Balslev, Ole E. Barndorff-Nielsen, Jørgen Hoffmann-Jørgensen, Eva B. V. Jensen, Jens L. Jensen, Jan Pedersen, Goran Peskir,Erik Skibsted, og Alexei Venkov. Fra Syddansk Universitet, Odense, er det Uffe Haagerup, Mikael Rørdam og Steen Thorbjørnsen. Fra Københavns Universitet er det Jan Ambjørn, Bergfinnur Duurhuus, Martin Jacobsen, Thomas Mikosch, Jan Philip Solovej og Michael Sørensen. Grundforskningsfonden har udpeget Arne Jensen som leder af netværket. Aktiviteter i netværket omfatter som i centerperioden workshops, konferencer, sommerskoler, samt concentrated advanced courses. Disse kurser har vist sig at være en stor success. De består normalt af en forelæsningsrække af en kendt forsker, og ofte suppleret med en række kortere foredrag af andre. Som et konkret eksempel kan nævnet "Statistical Methods for Financial Risk Management" ved Københavns Universitet, 26.-30- maj 2003, arrangeret af Thomas Mikosch. Hovedforedragsholderen er Alexander McNeil fra ETH Zürich. Der forventes ca. 50 deltagere i kurset. Netværket (med)financierer et antal PhD forløb. For øjeblikket er 2 PhD forløb fuldt financieret af netværket (fortsættelse af forløb fra centerperioden), og der er 3 medfinancierede forløb. Netværket ansætter også postdocs og gæsteforskere i kortere og længere perioder. Derudover er der et stort antal kortidsgæster i netværket. Information om netværket, dets aktiviteter og publikationer, kan altid findes på adressen www.maphysto.dk. Her er der også et link til information vedrørende centerperioden.

Matematiske institutioner præsenterer sig:

THE MAERSK MC-KINNEY MOLLER INSTITUTE
FOR PRODUCTION TECHNOLOGY

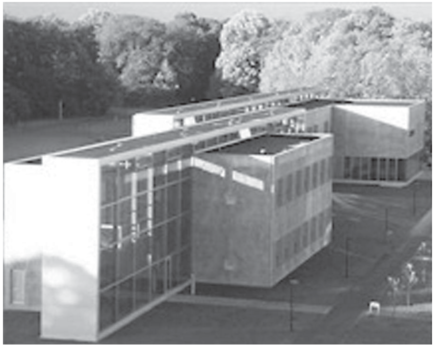
Af: Henrik G. Petersen,
MMMI, SDU
e-mail: hgp@mip.sdu.dk

Baggrund

Mærsk Instituttet, eller som det rigtigt hedder, Mærsk Mc-Kinney Møller Instituttet for Produktionsteknologi (MMMI) blev grundlagt i 1997 og består af forskningsgrupper indenfor så forskellige områder som Anvendt Matematik, Software Engineering og Moderne Kunstig Intelligens. Det er instituttets vision at integrere disse meget tværgående kompetencer i banebrydende teknologier indenfor f.eks. ultra-fleksible produktionssystemer, og at medvirke til at overføre disse teknologier til danske og udenlandske virksomheder.

Baggrunden for dannelsen af MMMI var et samarbejde imellem Lindø-værftet, som jo er en del af A.P. Møller koncernen og 2 forskere (John W. Perram og undertegnede) inden for Anvendt Matematik, som dengang havde til huse på Institut for Matematik og Datalogi. Formålet med samarbejdet var at overføre vores matematiske modelleringsmetoder indenfor molekyldynamik og modificere dem til robotter med den målsætning at fuldautomatisere de meget forskelligartede svejsninger, som værftet har i deres svejsehaller. Samarbejdet forløb ca. i perioden 1992-1996 i Lindø Centret for Anvendt Matematik, som havde til huse i Forskerparken Fyn. Ved slutningen af samarbejdet var målsætningen nået, og der var ingen tvivl om at Lindø-værftet var meget tilfreds. Som et resultat af dette samarbejde (og et godt benarbejde af daværende rektor Henrik Tvarnø og dekan Jens Oddershede) modtog Odense Universitet således en donation på 75 Mill. kr fra A.P. Møller og hustru Chastine Mc-Kinney Møllers fond til almene formål til etablering af et institut, som skulle huse forskergruppen i Anvendt Matematik og gradvist supplere instituttet med nye ansatte. De 50 Mill. kr skulle bruges til en ny bygning til instituttet, som i lighed med IMFUFA's nye bygning blev tegnet af Henning Larsen's tegnestue. De øvrige 25 Mill. kr skulle gå til et driftstilskud i 5 år.

Idag består MMMI af ialt 12 professorer, lektorer eller "tenure trapped" adjunkter, heraf 4 indenfor Anvendt Matematik. Endvidere har vi en række gæsteprofessorer og projekttilknyttede forskere på Post.Doc. niveau (3 indenfor Anvendt Matematik), samt ialt 14 Ph.D. studerende, heraf 5 indenfor Anvendt Matematik. Selvom de øvrige forskningsgrupper er spændende nok er det selvfølgelig Anvendt Matematik gruppen, som jeg her vil præsentere. Anvendt matematik gruppen er jvf. ovenstående historie organiseret under robotgruppen sammen med en gruppe i systemintegration.



Instituttets nye bygning

Forskningsprofil

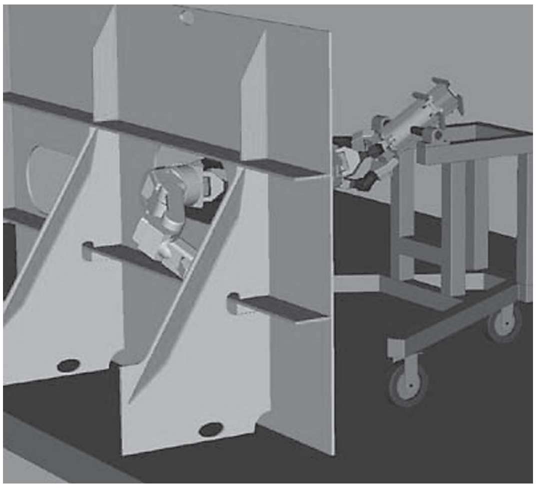
Anvendt Matematik gruppen har overordnet set 3 forskningsområder: Matematisk modellering, kontrolteori og computer vision. Forskningen indenfor matematisk modellering omhandler primært modellering af aktuerede mekaniske systemer (f.eks. robotter) og modellering af processer til overfladebehandling. Modellering af aktuerede mekaniske systemer omhandler både kinematisk modellering, som er sammenhængen imellem positionerne af aktuatorerne og det mekaniske systems konfiguration og dynamisk modellering, som giver samspillet mellem kræfter på aktuatorerne og systemets bevægelse. Den kinematiske modellering kan synes simpel, men specielt for parallelle mekanismer, hvor systemets led sidder i lukkede strukturer kan beskrivelsen være ganske kompleks, idet langt fra alle led er aktuerede og de uaktuerede leds positioner er ukendte. Den kinematiske model er en nødvendig del af en såkaldte baneplanlægningsmetode, som går ud på at finde kollisionsfrie bevægelser for mekaniske systemer. Det var sådanne metoder, som blev udviklet i samarbejdet med Lindø-værftet, som er omtalt ovenfor. Det komplicerer den kinematiske modellering, at modellen afhænger af belastningen på systemet. Dette leder direkte over til den dynamiske modellering. I den klassiske fysik ser man oftest på at finde systemets bevægelse, givet kræfterne. For beskrivelsen af aktuerede systemer er problemet som regel det modsatte, idet man har givet en ønsket bevægelse af systemet (eller blot en del af systemet, f.eks. en robots svejsepistol). Man ønsker så at finde kræfterne på systemet. Disse kræfter kan være input vedrørende belastninger til den kinematiske model, men også direkte input til robottens aktuatorer, hvor der dog forinden skal kompenseres for friktion via endnu en model, som kan være endog meget vanskelig at opstille.

Forskningen indenfor modellering af overfladebehandling har indtil nu primært omhandlet sprøjtemaling, hvor der er opstillet en meget generel model, som virker for de fleste typer maledyser. Baseret på denne model er der udviklet en metode, som givet en maledyse og en CAD-model af det emne, som skal males, fuldautomatisk udlægger baner, som er optimale m.h.t. proceskrav og forbrug af maling. Kernen er selvfølgelig selve modellen af flux-tætheden af maling som funktion af positionen i forhold til dysen. Opstillingen af denne model involverer bl.a. løsningen af en integralligning, som første gang blev løst af Niels Henrik Abel i 1823 (formodentligt den ældste reference, som har forekommet i artikler om sprøjtemaling).

Forskningen indenfor kontrol teori omhandler primært model baseret kontrol af mekaniske systemer. Specielt fokuseres på såkaldt underaktuerede systemer, hvor ikke alle frihedsgrader er aktuerede. Det mest velkendte sådanne system er det 2-dimensionale system bestående af et uaktueret plant pendul monteret på en vogn, som kan bevæge sig frem og tilbage i en retning. Et andet eksempel er humanoide robotter, hvor det er ønskeligt ikke at aktuere alle led. Der forskes i metoder til at opnå global stabilitet for forskellige typer bevægelser af sådanne systemer.

Forskningen indenfor computer vision omhandler primært problematikker i forbindelse med robot-vision systemer. En af de store udfordringer, som der forskes i, er her at kunne udstyre robotterne med sensorer, der sætter dem i stand til at genkende flere emne-typer og håndtere dem uden forhåndskendskab til deres position og orientering, samlet kaldet pose. Tiden for at genkende et emne må ikke være væsentlig længere end den tid robotten tager om at udføre sin opgave med emnet, og det er også vigtigt at man nemt kan oplære robotten til at genkende nye emner. Forskningen indenfor området er baseret på homografiske transformationer. Det betyder at man laver virtuelle rotationer og translationer af kameraet og analytisk finder ud af, hvordan emnerne i billedet ser ud efter disse transformationer. Uden kendskab til et emnes dimensioner, kan man ikke forudse emnets udseende som en følge af translationer, men der benyttes udelukkende rotationer. Ved hjælp af de homografiske transformationer har gruppen fundet metoder til at begrænse antallet af frihedsgrader i hvilken træning og genkendelse foregår, i forhold til det antal frihedsgrader som den aktuelle situation har. Et andet område, som der forskes i er computer vision metoder, som egner sig til såkaldt "visual servoing", d.v.s. vision baseret sporing af emner under bevægelse. Disse metoder egner sig således til systemer, hvor kameraet er monteret nær robottens arbejdsredskab.

CAD billede af Dockwelder robotten ved den første testopstilling



Teknologi-overførsel

Som nævnt i indledningen er teknologi-overførsel et væsentligt emne i formålet med MMMI. Anvendt matematik gruppen har sammen med gruppen i systemintegration været involveret i en række overførsler af større og mindre teknologier til primært danske virksomheder. Vi skal her give 2 eksempler på større aktiviteter, som vi p.t. laver i forbindelse hermed. "Dockwelder" projektet er et EU projekt under 5. rammeprogram, hvor gruppen deltager sammen med Lindø-værftet, et italiensk værft og et fransk og et tysk teknologiudviklingsfirma. Projektet drejer sig om at udvikle en mange-akset slange-lignende robot bl.a. baseret på moduler af parallel robotter, som kan benyttes til svejsning i dok-området ved skibsbygning. Stort set samtlige vores forskningsområder er i spil her, da kinematikken er meget vanskelig p.g.a. de parallelle strukturer og en stor mekanisk nedbøjning. En præcis dynamisk model er nødvendig til styringen og state-of-the-art metoder inden for modelbaseret kontrol er nødvendige. En prototype er ved at blive færdigbygget nu, og projektet vil blive afsluttet med en demonstration på de to værfter i starten af 2004. Et andet eksempel er systemet SCAPE, som er et internt MMMI projekt med henblik på at modne computer vision teknologien inden for pose-estimering til løsning af det hidtil uløste bin-picking problem. SCAPE har vist meget gode resultater, og gruppen har i en længere periode haft en kørende prototype med en indledende version af SCAPE og en robot, der samlede emner op, som ikke overlappede. Markedet er dog som sagt betydeligt større for bin-picking. I øjeblikket patenteres idéerne til løsning af bin-picking problemet med SCAPE. Foreløbige tests af idéerne ser meget lovende ud.

ESGI

En lidt anden type teknologi-overførsel, som gruppen medvirker i, er via ESGI (European Study Group with Industry).

Den danske del af denne aktivitet foregår i samarbejde med Institut for Matematik på DTU og Mads Clausen Instituttet i Sønderborg. Aktiviteten består i en årlig 1-uges workshop (typisk i slutningen af August). Et antal (3-5) matematiske problemer, som er formuleret af virksomheder behandles af en studiegruppe bestående af en række dan-

ske og enkelte udenlandske matematikere og en repræsentant fra virksomheden. Det er ofte forbavsende langt man når med løsningen af problemerne, og det er vældigt hyggeligt. Vi kan kun opfordre de øvrige matematiske institutter til at deltage i noget større omfang end hidtil. Ph.D. studerende er også velkomne. Næste workshop er i Sønderborg i august
(se http://www.esgi47.sdu.dk/).

Uddannelse

MMMI er hovedansvarlig for civilingeniøruddannelsen i datateknologi med ca. 40 studerende på hver årgang. De datateknologi studerende modtager kurser i elektronik, matematik, fysik og datalogi med fokus på en tværfaglig viden, som gør dem i stand til selv at løse mindre komplekse problemer inden for hvert område og til at samarbejde med dedikerede eksperter inden for hvert af områderne. Endvidere huser vi en International Masters uddannelse i robotics med ca. 20-25 studerende på hver årgang og en kandidatuddannelse i Anvendt Matematik, hvor der dog er ganske få studerende (ca. 5/år). På disse uddannelser opnår de studerende specialiserede kompetencer i henholdsvis robotstyring og anvendt matematik, specielt indenfor de områder, som dækkes af vores forskningsprofil. I forbindelse med specialet løser de studerende fra de forskellige studieretninger ofte delopgaver fra samme projekt typisk i samarbejde med en partner fra erhvervslivet. Vores studerende får således her en god praktisk erfaring med samarbejde i projekter på højt fagligt niveau, som ofte er til stor gavn for dem i forbindelse med deres senere ansættelse i virksomheder.

Hvem er vi ?

Gruppen består af personer med vidt forskellig baggrund. Vi har således både folk med en klassisk "ren" matematisk baggrund og folk med en ingeniørmæssig baggrund. Gruppens VIP'ere er: Ivar Balslev, Rene Dencker Eriksen, Olga Kolesnichenko, John Perram, Henrik G. Petersen, Anton Shiriaev, Dorthe Sølvason og Steffen Thorkildsen.

Baggrund

ved Tage Bai Andersen

Universitetsloven er vedtaget

Universitetsloven er vedtaget den 8. maj 2003 med 76 stemmer for (V, S, KF og KRF) og 30 imod (DF, SF, RV og EL). Der var således 73 af tingets medlemmer fraværende.

Loven træder i kraft den 1. juli 2003. I Københavns Universitets segl står, at universitetet er grundlagt i 1479 og ændret i 1537. Nu kan Københavns Universitet gå i gang med at hyre en designer til et nyt segl. Må man i al venskabelighed foreslå, at Per Arnoldi tildeles opgaven? – Han kan jo lave logoer for erhvervsvirksomheder!

Høringsfasen har ikke påvirket udfaldet meget. Under udvalgsarbejdet blev der stillet 143 spørgsmål til ministeren. Der var 18 ændringsforslag. Kun de ændringsforslag, der kom fra ministeren blev vedtaget. De drejede sig om mindre ændringer samt en ændring af §6 så at 'Stk.1, 3 pkt. Det er alene universiteter, der tildeler doktorgraden' udgår medens Stk. 2 lyder: 'Ministeren fastsætter regler om erhvervelse af doktorgraden'

Loven er på enkelte områder ganske lakonisk: Tag f.eks. *§†8. Ministeren fastsætter generelle regler om uddannelse, herunder censur og kvalitetsudvikling, jf. §§†4 og 5, om titler, som er knyttet til uddannelse, jf. §†6, og om adgang til uddannelse.*

Det kan jo udlægges meget forskelligt. Men bemærkningerne er anderledes detaljerede. I de generelle bemærkninger hedder det blandt andet:

Lovforslaget fastslår, at uddannelsesstrukturen, hvor det ikke allerede er sket, skal omlægges med henblik på at sikre en reel implementering af 3+2 strukturen med tre-årige bacheloruddannelser efterfulgt af toårige kandidatuddannelser. Lovforslaget imødekommer Bologna-erklæringens præmisser om uddannelsernes og uddannelsessystemets opbygning.

Med lovforslaget indføres en modulopbygning i alle bachelor- og kandidatuddannelser. Studerende med en relevant akademisk bacheloruddannelse skal have ret til at blive optaget på en fagligt relevant kandidatuddannelse. Studerende med en bachelorgrad får reel mulighed for at vælge mellem flere relevante kandidatuddannelser - også kandidatuddannelser på et andet universitet. Den faglige relevans, sammenhæng og progression skal sikres, og uddannelserne skal have klarere kompetenceprofiler, der retter sig mod forskellige job inden for såvel den private som den offentlige sektor.

'For at sikre de bachelorstuderendes reelle valgmuligheder, for så vidt angår adgang og optag til kandidatuddannelser og samtidig hermed deres retssikkerhed, er det endvidere tanken at etablere en såkaldt Inter-Universitær Koordineret Tilmelding (IU-KoT), som iværksættes over en årrække i samarbejde med universiteterne. Oprettelse og drift af IU-KoT'en vil blive sendt i udbud.'

Og det fortsætter i de mere specifikke bemærkninger, hvor det blandt andet hedder:

'Bestemmelsen bemyndiger ministeren til som hidtil at fastsætte generelle regler for forskningsbaseret hel- og deltidsuddannelse, herunder censur og kvalitetsudvikling. Bestemmelsen bemyndiger endvidere ministeren til som hidtil at fastsætte generelle regler om adgang til forskningsbaseret uddannelse.'

†'Det er tanken at udstede bekendtgørelse for bachelor- og kandidatuddannelse (heltidsuddannelse) og bekendtgørelse for regulerede masterforløb (deltidsuddan-nelse), hvor bekendtgørelserne indeholder en oversigt over godkendte titler, samt en revideret bekendtgørelse for ph.d.-uddannelsen.

De generelle regler for fx bachelor- og kandidatuddannelse tænkes dermed fastsat i bekendtgørelse, der gælder for alle de forskningsbaserede uddannelser eller grupper af uddannelser. De detaljerede regler for de enkelte uddannelser skal fastlægges af universitetet i studieordningen.

Uddannelsesbekendtgørelsen vil som minimum indeholde generelle regler om blandt andet faglig sammenhæng og progression i hele uddannelsesforløbet, bachelorprojekt og kandidatspeciale af et vist omfang (i ECTS-point), godkendelse af studieordninger og væsentlige ændringer heri, herunder at disse skal drøftes med relevante aftagere og færdige kandidater samt koordineres med studieordninger for samme/beslægtede uddannelser ved andre universiteter.

Studieordningerne skal fortsat ikke godkendes af ministeren; dog for så vidt angår autorisationsuddannelser, skal studieordningerne forhandles med relevant autorisationsmyndighed. Studieordningerne skal gøres offentligt tilgængelige.'

'Det er endvidere tanken at udstede regler - efter drøftelse med blandt andre kulturministeren og undervisningsministeren - om *eksamen og censur*, herunder om klager til universitetet fra studerende, blandt andet om klagefrister, i forbindelse med klager over prøver og anden bedømmelse, der indgår i eksamen. Det er hensigten at opretholde de hidtidige regler om, at mindst 1/3 af en uddannelse skal dokumenteres ved eksterne prøver (ekstern censur), samt at der etableres landsdækkende censor-korps med censorformandskaber. Det er endvidere hensigten at overveje, hvorvidt studielederen skal indgå i udpegning af censorer til den konkrete prøve eller anden bedømmelse.'

'*adgang, optag m.v.* Det foreslås, at de nugældende regler fastholdes og præciseres nærmere. Med studiereformen lægges op til, at universitetsbachelorer skal kunne vælge mellem flere forskellige kandidatuddannelser, herunder få bedre muligheder for at kunne tage en bacheloruddannelse ved et universitet og en kandidatuddannelse ved et andet universitet. For at synliggøre de studerendes valgmuligheder og forbedre deres retsstilling ved overgang fra bacheloruddannelse til kandidatuddannelse er det endvidere tanken at anvende ministerens bemyndigelse til at etablere en såkaldt InterUniversitær Koordineret Tilmelding (IU-KoT). Der vil blive fastlagt retnings-linjer for etablering af IU-KoT'en, herunder at den vil blive iværksat, udviklet og implementeret over en årrække i samarbejde med universiteterne, og at der for den enkelte stude-rende skal være sikkerhed for optag på mindst én kandidatuddannelse. Oprettelse og drift af IU-KoT'en vil blive sendt i udbud.'

Forlig om gymnasiereform

Natten til den 28. maj 2003 blev der indgået et bredt forlig om en reform af de fire gymnasiale uddannelser. Reformen træder i kraft sommeren 2005.
For enkeltheder se www.uvm.dk/nyheder/gymaftale.doc

Villum Kann Rasmussen-fonden donerer 20 millioner til post-docs

Der er lyspunkter! En af Velux-fondene Villum Kann Rasmussen-fonden har givet 20 millioner kroner over tre år til post-docs i tekniske og naturvidenskabelige fag. Se nærmere på www.nat.au.dk/default.asp?id=7326

Gennem kunstoplevelser til matematikken

Af: Lisser Rye Ejersbo, ph.d. stud.
Learning Lab Denmark
e-mail: lisser@lld.dk

Lad kunst blive til sansede oplevelser og benyt disse erfaringer til et analytisk arbejde, hvor de bagvedliggende strukturer i billeder bliver omsat til meningsfuld matematik.

Claus og Søren er ikke meget for at skulle fremstille et billede af rivepapir, og de synes slet ikke om, at det skal udtrykke en følelse. Men nu sidder de faktisk helt fordybet og prøver. Claus er allerede færdig med sit første billede. Måske vil han nå alle opgavens fire følelser: vrede, sorg, glæde, fred. Når den afsatte tid er gået, skal den valgte følelse skrives bag på billedet, og efter ophængning gætter vi sammen hvilken følelse, der er forsøgt udtrykt.

Hvis man ikke vidste bedre, kunne man tro, at det var undervisning i billedkunst, men det er faktisk en matematiktime, vi har gang i. Det er optakten til et emne om matematik og kunst.

Fra følelse til matematik

Situationen med Claus og Søren stammer fra min egen undervisning. Her har jeg arbejdet med at få eleverne til at bruge matematikken bevidst som beskrivelsesmiddel i forhold til kunsten – ved fx at analysere et billede i forhold til det gyldne snit, perspektiv, linjer, farve- og skyggevirkninger.

Men før vi går i gang med analysen, har jeg planlagt en aktivitet, som aktiverer elevernes følelser. For disse følelser skal bruges som oplevelse og erfaring for analysen. Efter denne øvelse er ingen af eleverne i tvivl om, at et billede kan udtrykke en stemning, men hvilke virkemidler bruges hvornår og hvorfor, det er stadig uafklaret.

Næste skridt er at se på billeder. Eleverne udstyres i grupper med et billede. Det første de skal gøre er at beskrive det med egne ord. Og de skal blive ved så længe, at de bliver nødt til at gå bagom for at finde nogle strukturer og kategorier. Hele tiden bliver de udfordret af hvorfor- og hvordanspørgsmål.

At der bag mange malerier ligger en struktur, som kan beskrives matematisk er nok ikke overraskende for de fleste matematiklærere. Den kan være bevidst eller ubevidst fra kunstnerens hånd. Men hvordan man får elever til at beskæftige sig med disse strukturer på en måde så de får et matematisk udbytte, det er måske en kunst. Det er denne kunst, jeg vil prøve at beskrive.

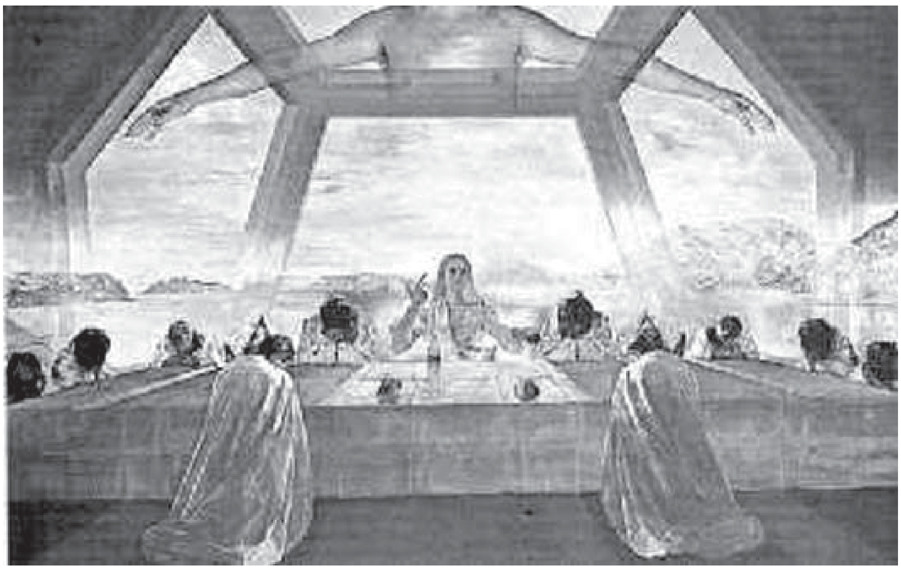
En undervisningstime hvor tanken fødes i øjet

Vælger man at planlægge og udføre et emne om kunst i matematikundervisningen står man overfor forskellige delvalg. Det overordnede valg er, hvilket mål man styrer efter. Det kunne være

- Perspektiv
- Symmetri
- Det gyldne snit

Alle tre områder kan åbne døre til forskellige former for matematik. Der er forskellige niveauer for, hvordan man kan knytte mere eller mindre avanceret matematik til områderne.

Perspektiv har både en geometrisk og en mere matematisk beregnet konstruktion. Symmetri kan slå bro til gruppeteorien (Escher har fremstillet mange billeder, som kan bruges),



Salvador Dali: Den Sidste Nadvers Sakramente.
Til grund for værket lagde Dali tallet 12: 12 timer, 12 måneder, 12 femkanter i dodekaederet, 12 dyrekredstegn, 12 apostle samlet omkring Jesus. "Kommunikationen skal være symmetrisk" hævdede han.

mens det gyldne snit åbner for en verden af matematiske mønstre og en mere avanceret form for analyse.

For mig er et vigtigt spørgsmål, hvordan man vælger at starte sit forløb om matematik og kunst. Man kunne starte med at gennemgå analyseredskaberne. Men det vil jeg ikke anbefale. Kunst lægger op til at man kan involvere sig følelsesmæssigt, derfor vil jeg anbefale at man udnytter den synergi, som det kaster af sig. Lad eleverne involvere egne sansede oplevelser før analysen. Og lad så analysen folde sig ud som en nødvendighed for at forstå, hvorfor billedet er interessant eller ikke og på hvilken måde?

Æstetiske læreprocesser

Lad altså øjet se for at det kan føde tanken. Lad billedet tale sit eget sprog. Lad eleverne se og 'lytte' længe nok til at de opfatter en mangfoldighed i billedet. Lad dem fortælle om deres oplevelser. Lad først derefter analysen komme ind. Og her bliver det afgørende, hvordan læreren stiller sine spørgsmål for at komme hen til matematikken på en hensigtsmæssig måde.

Gode spørgsmål kunne fx være: Hvilke virkemidler har kunstneren benyttet sig af? Hvordan? Hvorfor? Hvad gør billedet interessant? Anmeld billedet ud fra forskellige iagttagelsespositioner. Er det muligt at lave noget tilsvarende? Bruge de samme virkemidler? Matematikken kan komme ind på forskellige vis, dels som analyseredskab og dels som hjælperedskab til lignende udtryk. Kan det overføres til andre ting, såsom plakat eller eget billedmageri?

Disse principper om at starte med en oplevelse for derefter at give erfaring til analysen kaldes æstetiske læreprocesser. Kunst er et oplagt medie, som appellerer til benyttelsen af æstetiske læreprocesser. Det gælder ikke bare billeder, men kan omfatte musik, litteratur eller film for bare at nævne nogen. Eleverne kan blive meget tændt af de indledende faser, hvis de får lov til at opleve, hvordan deres egne følelser kan spille en positiv rolle.

Det er i overgangen fra den sansede oplevelse til analysedelen at matematikken skal vise sin anvendelseskraft. Kunstnere som Piet Mondrian, Gunnar Aagaard Andersen eller Salvador Dali benytter alle virkemidler, som kan beskrives matematisk. Hvor stramt gennemført er nu disse virkemidler anvendt? Gennem matematiske billedanalyser kan eleverne efterprøve det. Matematikken kan på denne måde blive funktionel på den bedste måde.

Prøv selv

Det afgørende, for at dette læringsmiljø fungerer, er lærerens evne til at stille gode spørgsmål, dvs. det rigtige spørgsmål på det rigtige tidspunkt til den rette elev. For at kunne det, må man som lærer selv være bekendt med forskellige kunstudtryk og være i stand til at kunne analysere dem med diverse matematiske analyseredskaber.

Som forberedelse til et forløb med kunst kan jeg anbefale at man sætter sig grundigt ind i fx tre billeder. Man må kende til kompleksiteten før man kan reducere den, men det betyder ikke at man skal være ekspert, mindre kan gøre det. Også her kan man selv benytte sig af de æstetiske læreprocesser. Internettet giver en let adgang til mange billeder og eksempler på analyser af samme.

Dansk matematikdidaktik

Vi arbejder på en bibliografi. Giv os en hjælpende hånd!

Forum for Matematikkens Didaktik har besluttet at udgive en bibliografi med de danske matematikdidaktiske publikationer som er offentligt tilgængelige. Den skal ligge klar i bogform i 2004 før ICME10, og den kommer også på Forums nye hjemmeside.

Oprindeligt var det kun tanken at samle de dansksprogede publikationer, men vi blev opmærksomme på at det ville give et skævt billede af den danske matematikdidaktik, da mange af os er internationalt orienteret. Derfor har vi nu to arbejdstitler: *Matematikdidaktik på dansk* og *Danish Research in Mathematics Education.*

I første fase af indsamlings- og redigeringsarbejdet har vi opstillet fem kriterier for at medtage en publikation i bibliografien:

1) Emnet skal være matematikdidaktisk og <u>ikke</u>
   - almendidaktisk eller –pædagogisk (hvor matematik kun tjener som eksempel),
   - om matematik i sig selv (eller matematikhistorie, - filosofi).

2) Alle matematikdidaktiske publikationer:
tidsskriftsartikler, monografier, antologier, videnskabelige afhandlinger, proceedings, konferencerapporter, rapporter fra veldokumenteret udviklings- og evalueringsarbejde o.lign.

3) Lærebøger i matematikdidaktik, men <u>ikke</u>
- lærebøger eller undervisningsmateriale i matematik og tilhørende lærervejledninger.

4) Kun undtagelsesvis publikationer i fagblade, nyhedsbreve o.lign. (f.eks. Matematik, LMFK-bladet, Matilde). D.v.s. kun hvis du anser artiklen for et substantielt bidrag til matematikkens didaktik.

5) Publikationer i aviser: <u>kun</u> kronikker, ikke debatindlæg el.lign.

Vi vil gerne gøre bibliografien så fuldstændig som muligt, og det kan selvfølgelig ikke lade sig gøre uden hjælp fra forfatterne. Vi har allerede fået bidrag til værket fra mere end 25 personer. Hvis du har publikationer som passer til disse kriterier, og du endnu <u>ikke</u> er blevet kontaktet af os, så send en e-mail, og du får tilsendt en kort vejledning om hvordan du kan bidrage.

Vi håber at høre fra dig inden den 15. august.

Venlig hilsen

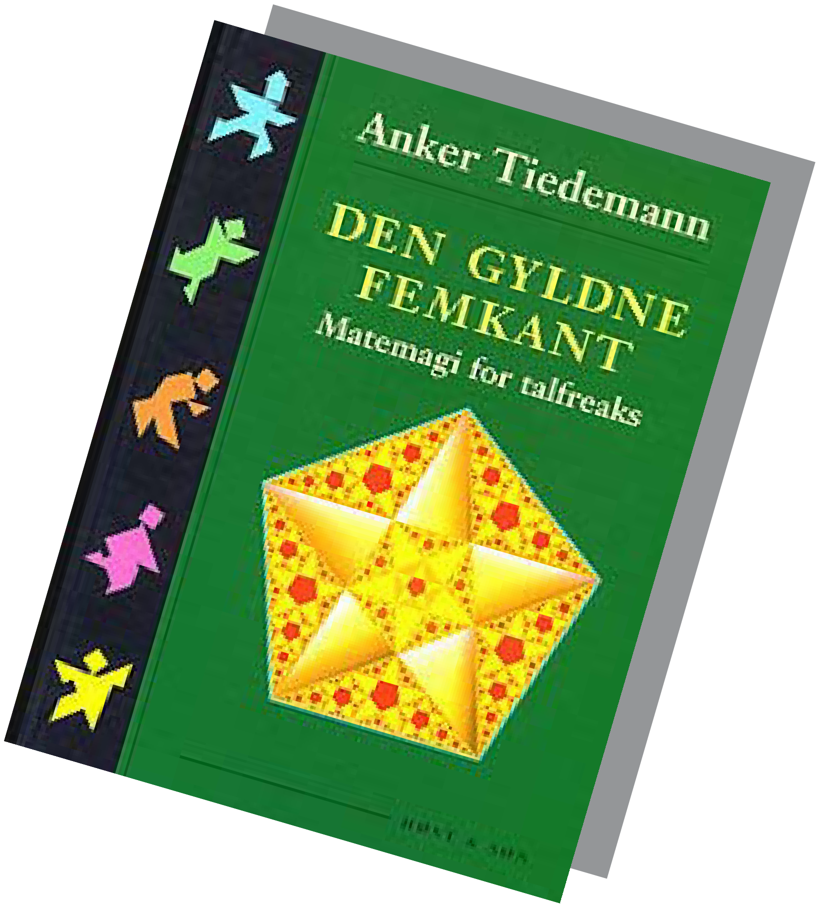
Tine Wedege
Søren Antonius
Center for forskning i matematiklæring
Dansk Institut for Gymnasiepædagogik
Roskilde Universitetscenter
Syddansk Universitet Odense
tiw@ruc.dk
soeren.antonius@dig.sdu.dk

Boganmeldelser

ved Carsten Lunde Pedersen

Anmeldelse af Anker Tiedemanns bog "Den gyldne femkant, Matemagi for talfreaks".

Af Carsten Lunde Petersen



Den gyldne femkant er ikke en matematikbog i klassisk forstand, men derimod en matematikforundringsbog. Bogen er således henvendt til lægmand/kvinde snarere end til fagmatematikere. Når den bliver anmeldt her i Matilde skyldes det at den på glimrende vis illustrere betydningen af Galileo's læresætning "Naturens bog er skrevet med matematikkens sprog".

AT er ikke selv matematiker, men arkitekt med mere. Han skriver med stor begejstring og i et let sprog der kan forstås af ikke matematikere. Bogen er endvidere fyldt med velvalgte illustrationer og beskriver kalejdoskopisk 78 forskellige eksempler på mere eller mindre skjult matematik i naturen og vores hverdag. Eksemplerne viser matematik som et praktisk værktøj til beregning af fysiske størrelser, som æstetisk fænomen i form af smukke sætninger og som kulturelt fænomen som det nedenfor beskrevne eksempel viser.

AT beviser ikke nogen sætninger i bogen, som dermed ikke er en sædvanlig matematikbog. I stedet anskueliggør AT at matematik findes utallige steder og i utallige iklædninger. Og dette er netop bogens styrke. Læseren får en god forsmag, men sjældent hele forklaringen, (nogen gange fordi den endnu ikke findes) og bliver derfor tvunget til selv at gå ud og finde en forklaring. Derved kan bogen inspirere og udfordre til selv at gå på opdagelse. På RUC hvor en væsentlig del af projektarbejdet består i først at indkredse et problem der kan behandles matematisk (hvis det er et matematikprojekt) har nogle af mine studerende netop haft glæde af bogen som inspirationskilde.

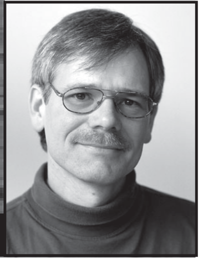
Pladsen her tillader ikke en gennemgang af alle bogens emner. Lad mig derfor blot som en appetitvækker nævne nogle få: Mosaikker og fliselægninger, perfekte kvadrater, Pythagoras og pythagoræiske tripler, Fibionaci tallene og det gyldne snit, Pascals trekant, Eulerture, hyperbolsk geometri, spil og gåder og Ö

På Anker Tiedemanns hjemmeside

www.anker.Tiedemann.dk kan man prøvelæse et afsnit fra bogen inden man springer ud i at købe den.

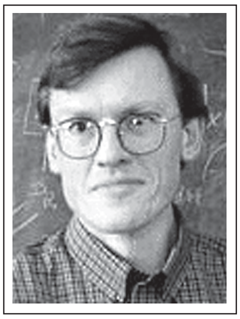
Ikke blot mine børn men også jeg har lært nye, spændende og fascinerende facetter af matematikken at kende. F.eks. er der et forunderligt afsnit med titlen "Matematiske problemer til gudernes ære". Dette afsnit handler om såkaldte SAN GAKU. SAN GAKU lærte jeg, er indrammede tavler med matematiske sætninger, ophængt i japanske helligdomme til ære for guderne!

Alt i alt er det en bog jeg kan anbefale, også til fagmatematikere.

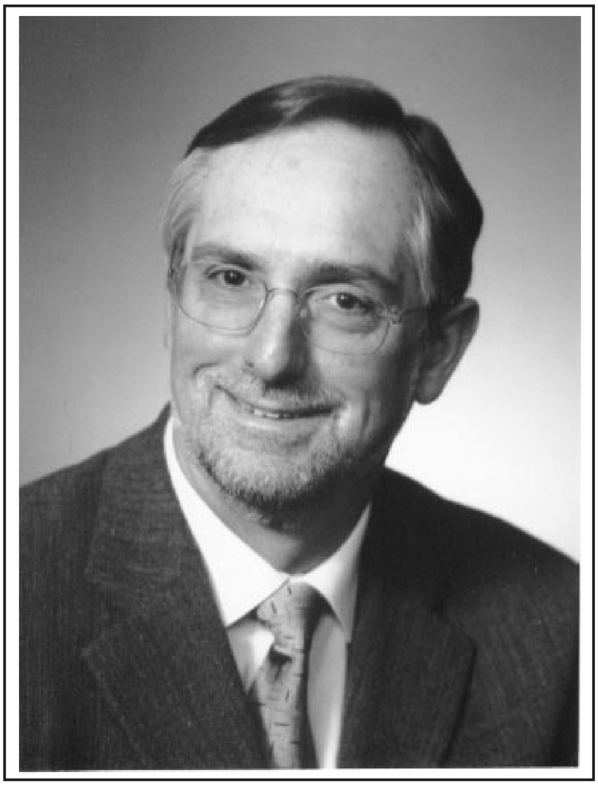


Interview[1] med Vagn Lundsgaard Hansen

Interviewers:



Bodil Branner and Steen Markvorsen, DTU



Vagn, please tell us a little about your childhood and background.

With working class background, it was unusual at the time to attend secondary school beyond grade 7 and later gymnasium, but with the full support of my parents, I broke the social barrier, and finished gymnasium with excellent results in 1960.

It was not always easy - and often rather lonely - to step outside your social class, but altogether, I had a very happy childhood with much love. Outside school, I was an eager soccer player - almost mandatory in my native town, which has fostered several famous soccer players. Many happy hours were also spent as a scout, where I ended up as group leader.

A musician and music teacher living in the same house as we, persuaded my parents to buy a piano. At the time, I was more interested in football and other phenomena exhibiting curvature, but I did learn the notes and music became important to me, in particular jazz. Today I prefer improvisation, and I have a special weakness for Fats Waller.

After gymnasium you went to Aarhus to study. How did you come to choose mathematics as your main subject?

Originally, I thought that I would end up with physics as my main subject. But at the Mathematical Institute reigned Professor Svend Bundgaard, an energetic and - all time consuming - enthusiast for mathematics. After less than three weeks of intensive bombardment with lovely mathematical concepts, mathematics was dominant. Svend Bundgaard has put a mark on a whole generation of mathematicians in Denmark.

In 1960, Aarhus was still a young university, and the Mathematical Institute was only a few years old. There was a pioneering spirit and Svend Bundgaard made the best out of the positive economical situation for the sciences. He made sure that a constant flow of eminent mathematicians visited Aarhus, some of them for longer periods. Naturally, this created a very stimulating atmosphere, and also the social life of the institute was legendary.

For my final studies of mathematics, I specialized in topology with Professor Leif Kristensen as advisor. The subject for my master thesis in 1966 was Morse theory and Smale's proof of the generalized Poincaré conjecture. This subject was along a different line from the main emphasis in topology in Aarhus, namely algebraic topology, where Leif Kristensen himself was a leading expert in the Steenrod algebra. Leif was not very much older than his students and we had a very friendly relationship with him.

Immediately after obtaining my degree, I was appointed to a temporary position in Aarhus. In the fall of 1967, I was appointed assistant professor with the special task to develop a contemporary and new course in differential geometry for the upper undergraduate level. I wrote a comprehensive set of lecture notes for the course, laying the foundations of smooth manifolds and developing the calculus of differential forms and integration on manifolds culminating in a complete proof of the generalized Stokes' theorem. It was a rather ambitious course for the given level, but it was a great success, and several very good students emerged from the course. Karsten Grove, now professor at the University of Maryland, US, was one of the very best, and went on to make a brilliant career as a research mathematician. In connection with my teaching, Professor Ebbe Thue Poulsen followed the full course. He claimed that it was out of pure interest. Being the full truth or not, anyway, I found this caring from an experienced and excellent teacher very comforting.

From time to time, I discussed my plans with Svend Bundgaard and he encouraged me to go abroad to do a Ph.D. I was extremely well motivated for this: my teaching had gone very well and I had written a complete set of lecture notes offering an original introduction to a relatively advanced subject. I really felt eager to do original research in order to qualify myself properly for a permanent university position.

How did England become your choice?

In the summer of 1968, Professor Zeeman (now Sir Christopher) was one of the main lecturers at a Summer School in Aarhus. It hardly comes as a surprise to anyone who knows him, that Professor Zeeman made a strong impression on me, and I discussed my interests in mathematics with him to seek his advice. I got - as it should turn out - a tremendously good advice.

Professor Zeeman is the founder of the Institute of Mathematics at the University of Warwick, Coventry, UK, established in 1964, and was for many years a charismatic leader of the institute. Combining in one person an eminent researcher, a brilliant teacher and a visionary and clever administrator and organizer, the Institute of Mathematics at the University of Warwick under his direction quickly gained reputation as a very strong research school for mathematics with a large visitors program.

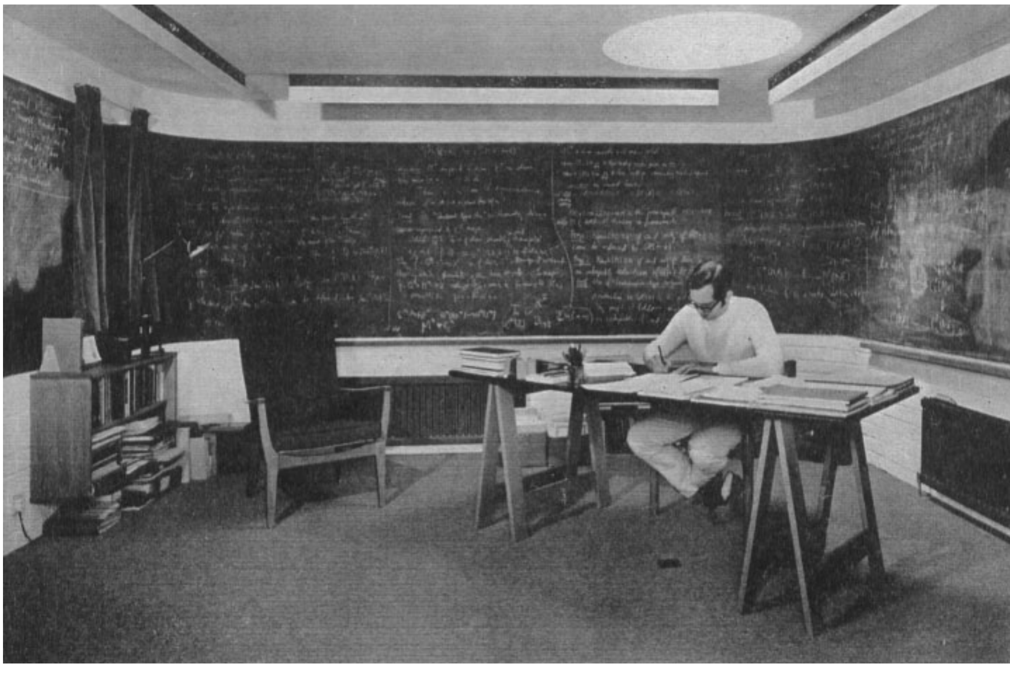
From Professor Zeeman, I learned that they were about to hire the American mathematician James Eells as a professor of mathematics at the University of Warwick to develop the then relatively new field global analysis. Combining strong elements of analysis, geometry and topology, this clearly matched my interests in mathematics, and I eagerly went to Warwick in September 1969 to study with Professor Eells.

This is the best decision in my life, only exceeded by my marriage to Birthe in 1964. Together with our eldest daughter Hanne, we spent three extremely happy and unforgettable years in Warwick. In the second year of our stay, Birthe was appointed mathematics teacher at a grammar school, so we got altogether a magnificent insight in the British school system at the time.

Studying with Jim Eells was an enjoyment. His good spirit and sense of humour was a perfect match for me. He had a way of encouraging so that you really felt that you could do it. Most often, I found the problems I worked on by myself, but Jim was there putting it all in perspective and due to his scholarly knowledge of the literature, you felt sure that you were not just reinventing old things.

In Warwick, I found everywhere the bubbling enjoyment of mathematics that I had felt inside myself for years, but somehow had suppressed in Denmark. I came to know many

Mathematics Research Centre, University of Warwick, June 1970. Vagn Lundsgaard Hansen in the Study associated with House 4, Mathematics Research Centre, University of Warwick.



excellent mathematicians and several of them became my very good friends, including many of the young staff members at the institute and some of the foreign visitors.

I defended my thesis in the summer of 1972. It contained work on the topology of mapping spaces. As one of my results, I had succeeded in giving a complete division into homotopy types of the (countably many) components in the space of continuous mappings of the n-sphere for all n. The result is rather surprising and a paper about it was published in the Quarterly Journal of Mathematics, Oxford, 1974.

Then you went back to Denmark?

Yes, but I must first mention, that another top result obtained during our stay in Warwick was our second daughter Helle. And then I felt ready for a permanent job. In 1972, the job market in mathematics was tightening up. I got some offers for temporary positions from different countries, but I was relieved when an application for a position as associate professor at the University of Copenhagen was successful. In August 1972 we moved to Copenhagen and a new period in our life began.

The University of Copenhagen is the oldest, and was for hundreds of years, the only university in Denmark. The eminent Danish mathematicians from the past therefore all had relations to this university. Such strong historical traditions add a flavour to a university and gave me valuable experiences in addition to the experiences I had at the younger universities in Aarhus and Warwick.

The senior professors at the University of Copenhagen counted among others Thøger Bang, Werner Fenchel, Bent Fuglede and Børge Jessen, all first class mathematicians. In addition there were several newly appointed young staff members of high quality. I was very kindly received and quickly accepted.

In addition to research and teaching, I now also became involved in administration and ended up as chair of the committee of study affairs at the science faculty. At the time, the universities in Denmark were run very democratically, implying that students had 50% of the seats in this influential committee. Obviously, it caused a lot of discussions, but being fond of discussions leading to democratic decisions, I found this stimulating and inspiring.

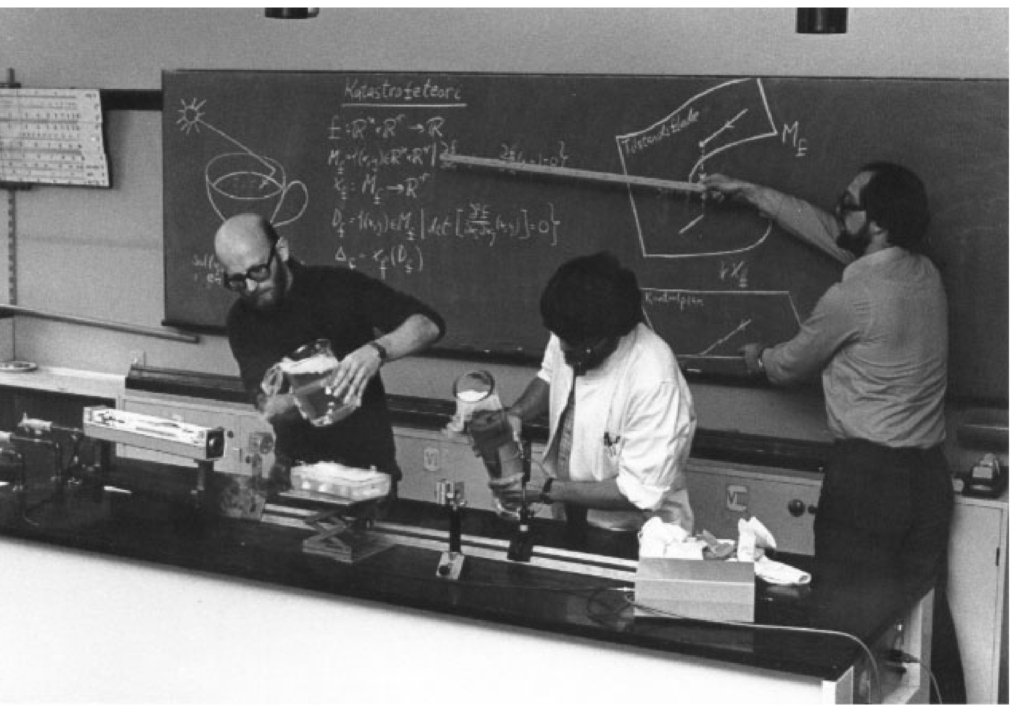
In connection with a graduate course on singularity theory in 1976, I was inspired to define the notion of polynomial covering maps. In addition to my continued interest and work on topology of mapping spaces, I now began a study of these special covering maps, defined by projecting the zero sets for parameterised families of complex polynomials onto the parameter space.

An account of my work in this field was given in the book "Braids and Coverings" published by Cambridge University Press in 1989. The book is based on a set of lectures delivered while I was a visiting professor at the University of Maryland, College Park, in the fall of 1986.

Finally you came to Lyngby.

In 1978, I was contacted by mathematicians from the Technical University of Denmark whether I would apply for a position as professor at this university. I saw some challenges and promising possibilities at the Technical University of Denmark, situated in Lyngby in the outskirts of Copenhagen, so I applied for the position. At that time, a professor was appointed as a civil servant by the Queen, and the whole process with selection committee, approval by the democratically composed senate of the university etc., took some time. In 1979, our son Martin had been born. And then, on February 1, 1980, I was appointed professor of mathematics at the Technical University of Denmark.

During the late 1970'ies the Department of Mathematics at DTU went through a somewhat turbulent period of reorganiza-



Open house at Science Faculty, University of Copenhagen, 1977. At the blackboard Vagn Lundsgaard Hansen presents his lecture on Catastrophe Theory in connection with an open house arrangement for the public at the Faculty of Sciences, University of Copenhagen, 1977 *tion. At the same time it was fighting for survival against the old idea, that the staff teaching and doing research in mathematics ought to be distributed into the other departments in order to serve best possible the applied disciplines. How did you see these challenges and your own possibilities at DTU at that time?*

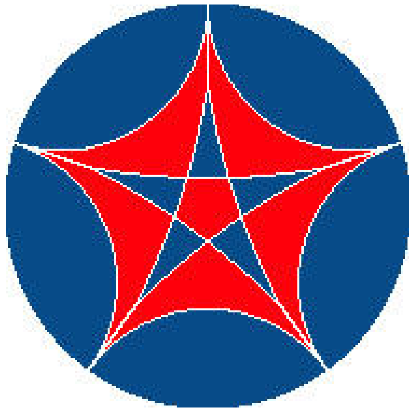
I knew about these difficulties, but I focused on the fact that the senate of the university after thorough considerations had decided that the Department of Mathematics should survive as an independent department. I also had the impression that influential members of the senate during the process had recognized that mathematicians needed to be members of a mathematical community in order to maintain a level of mathematical expertise where it was useful for our colleagues in the engineering sciences to consult their mathematicians with mathematical problems. I think they also recognized that mathematical research is necessary to ensure that the teaching of mathematics should not stagnate.

I felt that I had something to offer after the experiences I had gained at other universities and I appreciated very much the expectations and the great confidence in me shown by my new colleagues. I knew a few of them very well from earlier and I was sure that the large majority of the staff members would do their utmost to help creating a good department.

As I have said earlier, the universities were run very democratically at the time and you had to argue your points of view. I went for open discussions of strategies and attitudes, since I am convinced that this kind of leadership is the only one giving lasting results in research institutions with qualified staff members. I tried to be the first in the morning and the last in the evening at work keeping up positive discussions about mathematics and our duties. I think maybe I functioned as a good catalyser in these discussions and over the years, the department has reached a high degree of consensus about our role as mathematicians at a university with main emphasis on the engineering sciences. I am very fond and proud of my colleagues of which many have developed as research mathematicians in a way that could not have been foreseen in 1980. Trust and confidence in people are strong and indispensable tools for keeping up the good spirits.

Lately there have been many changes in the university structure in Denmark moving very far away from democratic election of leaders. The current mantra appears to be strong leaders of the universities appointed by small boards dominated by outside members and the ability of quick decision making seems to be more valued than the ability of making wise decisions based on arguments presented in public. This may be a good approach in private firms but not necessarily good in universities. I am not

in favour of this development but I am still confident in mathematics.



The logo of the Department of Mathematics at DTU shows a geodesic immersion of the Petersen graph into the Poincar'e disc of constant negative curvature. It thus emphasizes the symbiosis between global analysis and discrete mathematics. Julius Petersen was Reader at DTU from 1871 to 1886 and Jakob Nielsen was one of the founding fathers of global analysis; he was Professor at DTU from 1925 to 1951.

Is it fair to say, that the idea behind your construction of the Department's logo was precisely to iconize that mathematics is strongest when considered a unity across the disciplines?

Yes, I think this is a fair description. I certainly wanted to iconize the major research fields in our department, namely geometry, analysis and discrete mathematics as is directly present together in the logo. At the same time, it gave me the opportunity to connect to some of the major Danish mathematicians, who have been associated with DTU, namely Jakob Nielsen and Julius Petersen. Our department has much to be proud of in the past. This is a good level to strive for.

Problems from applications do not come divided into mathematical spe-

Denmark, Summer 1985. At the front row from left to right you see Jerry Kazdan, Karsten Grove, Flemming Damhus Pedersen, Lone ≈gesen (secretary), Vagn Lundsgaard Hansen, Jean Pierre Bourguignon and Cliff Taubes. At the second row, number three from the left, you see Jim Eells.

Mathematical family photo taken during the symposium held in November 2000 in celebration of the 60 years birthday of Vagn Lundsgaard Hansen. In the picture he is surrounded by several of his students and Jim Eells.

cialities from the beginning. So, maybe instinctively, I also wanted to signal that in order to be valuable mathematical members of an engineering community, it is important to be broadly educated in mathematics and to keep up an open mind for mathematics on a broader scope than isolation into narrow specialities will admit.

A very special enjoyment have been the many excellent students I have met at DTU. Around 1985, I planned and designed a new course on *Fundamental concepts in Modern Analysis*; the course material developed eventually into a book with the same title published by World Scientific in 1999. I have been fortunate to be the advisor at master level and Ph.D. level for some of the very best and able students and in very diverse areas of mathematics. I am happy that they all developed independence and an inner drive to follow their own tracks, some of them with extremely good results. I was deeply touched when for 2 days in November 2000, many of them delivered excellent and inspired lectures at a symposium organized by my department in collaboration with the association of secondary school teachers of mathematics in celebration of my 60 years birthday.

I have had a wonderful time at DTU. I have come to know many first rate people from other departments. In the period 1988-1993, I was Dean of the Faculty of Basic Sciences. In the period 1992-1998, I was a member of the Science Research Council of Denmark, four of the years as vice chairman. Also in this connection, I met some very interesting researchers from other fields. This is also the case in the Danish Academy of Natural Sciences, for which I have been the president since 1984.

And your own scientific work flourishes as well! Could you tell us about some of the highlights?

In a paper published 1983 in Bull. London Math. Soc., I succeeded in determining the complete homotopy type of the space of homotopy equivalences of the 2-sphere, i.e. the space of maps of degree 1 on the 2-sphere. Earlier in 1926, Kneser had proved that the corresponding space of homeomorphisms had the homotopy type of the orthogonal group $SO(3)$, and in 1959, Smale had proved that the same holds true for the smaller space of diffeomorphisms. I think it is fair to say, that topologists had expected that the same would also be true for the larger space of homotopy equivalences. But as it turned out, I proved in the paper mentioned, that the space of homotopy equivalences of the 2-sphere is the product of $SO(3)$ and the double loop space of the 2-sphere, which is a highly non-trivial space. Very recently my work on mapping spaces has attracted some interest in connection with topological aspects of the calculus of variations. This is the type of applications, I have always hoped for.

Around 1980, the Danish Mathematical Society decided to investigate the possibilities of publishing the collected mathematical works of the Danish mathematician Jakob Nielsen, renowned for his pioneering work in combinatorial group theory and for his investigations of the fixed point structure of homeomorphisms of surfaces of genus

≥ 2. Such surfaces are covered by the hyperbolic plane and you can transfer the investigations to an investigation of homeomorphisms in the hyperbolic plane. This opens the possibilities for exploiting methods from non-Euclidean geometry, which Nielsen mastered to perfection. I was happy when asked by the society to be the editor of the collected works. My research on mapping spaces and covering spaces were not directly related to Nielsen's work, but it did contain some of the same basic ingredients, and Jakob Nielsen had been professor at the Technical University of Denmark for almost 25 years during his career.

The publication of Nielsen's collected works entailed among others the translation of Nielsen's major papers, several of which had monograph size, from German to English. For the actual translation we had highly competent and expedient help by the Australian mathematician John Stillwell. He even translated a few papers from Danish.

The collected works were finally published in a two volume set by Birkhäuser in 1986. Throughout the whole process, I had an intensive and very close collaboration with Werner Fenchel, who for many years had been a close co-worker of Jakob Nielsen. Many Saturdays, Werner came to our house where we did proofreading of the translations and had lunch and dinner together. It was very rewarding for me to come to know this noble and modest scholar so well.

You have written several books - bestsellers like the ones in the list of references below. Does it come easy to you what to write and how to write it?

Writing essays on a narrow and uninspired topic was not my strongest side in school and spelling was something I had to work hard on. But now and then, when I found the topic engaging, I surprised my teachers. Nevertheless, I never thought about myself as a good writer. Writing is something I had to work on. But over the years, writing has become an enjoyment and great stimulus to me.

As a child I often went to the local library, sometimes several times a week, to listen to librarians reading aloud novels etc. I got fascinated by story telling, and I loved short elegant openings where you immediately felt in the middle of the events. As many children and adults all over the world, I was deeply fascinated by the short novels of Hans Christian Andersen. Few authors like he can paint a picture in words so well. Along a different line, the British author W. Sommerset Maugham masters the importance of good openings and the ability to stimulate your imagination in short stories. Without really thinking clearly about it at the time, somehow such writings became an ideal to me.

When I started university, mathematics was not a topic you really thought about in connection with pleasure reading or in connection with high-class stylistic exposition. There was no story telling spirit. However, I came to admire the short and precise language of mathematics and I often got amazed by the amount of information you can put in a few well selected sentences. Being a topologist, I was particularly keen on the writings of John Milnor. I have read many of his books from cover to cover, both enjoying the mathematics and the elegant exposition.

I suppose I have always been thinking on how to get an element of good story telling into the precise conceptual world of mathematics both in lecturing and writings. Good story telling involves that you leave something to the imagination, and good mathematics involves that you give enough and precise details in your arguments.

Over the years I have become more and more daring in my attempts to combine story telling with mathematics. I try to commit myself never to write about mathematics without presenting a concrete mathematical result and elements of a mathematical argument. This is difficult to obtain, in particular when addressing the public. A fruitful way is to combine the abstract structures of mathematics with concrete manifestations of mathematics in the world around us. The symbiosis between the abstract and the concrete is the essence of mathematics for me. I see it like yin and yang in Chinese philosophy, both abstraction and concreteness are necessary ingredients for the health of mathematics and for its vitality.

You have certainly applied this principle with success, not least during the World Mathematical Year 2000. How did you get involved?

In 1995, Jean-Pierre Bourguignon, then president of the European Mathematical Society, asked me whether I would be willing to chair the World Mathematical Year committee that the society was about to establish. I agreed to this and in October 1995, the committee was formally established by the Executive Committee. Among the excellent and energetic members of the committee, I am sure that everybody will allow me to single out Mireille Chaleyat-Maurel as a quite exceptional and dynamical person in this connection. Working with Mireille is a pleasure, and we all owe a lot to her for positive and highly

Vagn Lundsgaard Hansen together with one of his four grandchildren during holidays 2000

Third European Congress of Mathematics, Barcelona, July 2000. At a meeting in connection with the World Mathematical Year held during the Third European Congress of Mathematics in Barcelona, Vagn Lundsgaard Hansen presents a Danish poster picturing the bridge over the Great Belt in Denmark and with the text (in English translation): ``Mathematics bridges gaps in culture, science and technology". The poster was printed on the back cover of EMS Newsletter, Issue 38, December 2000. The other person in the picture is Kim Ernest Andersen, who designed and implemented the EMS-gallery containing the posters submitted for the poster competition organized by the EMS in connection with the WMY.

creative work in connection with the WMY. Quite early in the life of the committee, my old friend Ronnie Brown became a member of the committee, and his extensive experiences with popularisation of mathematics also became vital to the committee. A special personal benefit for me was that through Ronnie, I became familiar with the fascinating symbolic sculptures of the Australian-British artist John Robinson.

During the work with the WMY, I came to know many wonderful persons with a deep dedication to mathematics, and the work has given me many inspiring experiences.

Last year you were invited speaker at the International Congress of Mathematicians in Beijing. Your talk, Popularising Mathematics: From Eight to Infinity, was extremely well received. You demonstrated once again, that mathematics contains an abundance of concrete topics and results which lend themselves directly to mathematical conversations. We hope to print your manuscript in a later issue of the EMS Newsletter.[2] Could you tell us some of your impressions from the Congress?

It came as a great and unexpected surprise for me when I was invited to lecture at the International Congress of Mathematicians in Beijing on popularisation of mathematics. Many people all over the world have made valuable and inspired contributions to present mathematics for the public, so I felt greatly honoured by this invitation. For the lecture I chose subjects that I find suitable for conversation on mathematics among people with starting point in concrete manifestations of mathematics in nature or civilization. I think such conversations may prove a good way of raising public awareness of mathematics. After my lecture, I was interviewed by journalists from the leading Chinese press agency who wanted to use some of my ideas in future articles about mathematics. I was certainly confirmed in my hopes that the idea of 'mathematical conversations' will catch on.

I was thoroughly impressed by the congress. It was amazing to see the Chinese President, the Vice Premier of China and the Mayor of Beijing attending the full opening ceremony. I think all participants felt really welcome in China and our Chinese hosts did everything they could to make it a very special event. It was clear to everybody that mathematics is in high esteem in China. This gives renewed momentum and hopes for a worldwide and bright future for our subject.

Thank you very much!

A selection of works by V. Lundsgaard Hansen related to this interview

1. *Geometry in Nature*, A. K. Peters, Ltd., Wellesley, Massachusetts, USA (1993).
2. *Shadows of the Circle — Conic Sections, Optimal Figures and Non-Euclidean Geometry*, World Scientific, Singapore (1998).
3. *Braids and Coverings — Selected topics*, Cambridge University Press (1989).
4. *Fundamental Concepts in Modern Analysis*, World Scientific, Singapore (1999).
5. (Ed.) *Collected Mathematical Papers of Jakob Nielsen*, Birkhäuser Verlag (1986).
6. *Jakob Nielsen and his Contributions to Topology*, Chapter 37 in "History of Topology" (ed. I. M. James), Elsevier Science B.V. (1999).
7. *I am the Greatest*, Mathematics in School **25** (1996), No. 4, 10—11.
8. *The Story of a Shopping Bag*, The Mathematical Intelligencer **19** (1997), No. 2, 50—52.

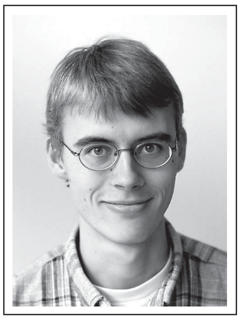
Footnotes

[1] This interview has appeared in the March 2003 issue of the Newsletter of EMS, the European Mathematical Society.

[2] The paper appeared in Matilde **14** (2002).

MatematikerNyt

ved Mikael Rørdam



Kim Knudsen er pr. 1. februar 2003 ansat som adjunkt ved Institut for Matematiske Fag, Aalborg Universitet.

Kim er uddannet cand. scient. i Matematik og Datalogi fra Aalborg Universitet (1999) og ph.d. (2002) i Matematik også fra Aalborg Universitet. Hans forskning omhandler teoretiske og numeriske metoder til løsning af inverse problemer for partielle differentialligninger. Sådanne problemer opstår typisk, når man ønsker at undersøge et fænomen, som kun kan observeres via indirekte målinger, eksempelvis i forbindelse med medicinske skanninger og geofysik.

Kim er iøvrigt spejder og spiller klarinet, gerne med hustruen Janne bag klaveret.

Horia Cornean er ansat som lektor ved Institut for Matematiske Fag, Aalborg Universitet.

I perioden 1995—1999 arbejdede Horia som forsker ved "Simion Stoilow" Institut for Matematik (I.M.A.R.) i Bukarest. Horia fik sin Ph.D. grad i 1999 ved Bukarest Universitet i Bukarest, Rumænien, under vejledning af Gheorghe Nenciu. I den følgende 3 årige periode arbejdede Horia som adjunkt ved Institut for Matematiske Fag, Aalborg Universitet. I maj 2003 blev han ansat som lektor på samme sted.

Horia arbejder med kvantum mekanik, især med fysiske systemer der kan modelleres ved hjælp af Schrodingers og Diracs ligninger. Han er også interesseret i inverse problemer.

Fritiden deles med sønnen Vlad og hustruen Cosmina.

Fjerde Europæiske Matematikkongres:

Kandidater til ti EMS-priser efterlyses

Priserne: Ved 4ecm i Stockholm (se "Begivenheder") uddeler formanden for EMS ti priser på 5000 euros hver. Prismodtagerne bliver inviteret til at præsentere deres arbejde under konferencen.

Kriterier: Europæiske matematikere, som ikke er fyldt 35 den 30.juni 2004 og som ikke tidligere har vundet en EMS-pris, kan foreslås. Den tilladte maksimumalder kan overstiges med op til tre år i tilfælde af en "afbrudt karrierevej". Priskomiteen (formand: prof. Nina Uraltseva fra Skt.Petersborg) uddeler priserne til dem hvis publikationer (inden 31.december 2003) skønnes at være af høst kvalitet. Priserne kan ikke deles mellem flere personer.

Nominering: Enhver kan nominere kandidater til prisen, også medlemmer af priskomiteen og kandidaterne selv. Nomineringen skal ledsages af al relevant information, herunder et resume og dokumentation for arbejdet.

Deadline: Nomineringer skal sendes senest den 1.februar 2004 til følgende adresse:
4ECM Organising Committee, Prof. Ari Laptev, Department of Mathematics, Royal Institute of Technology, SE-100 44 Stockholm, Sweden.

Yderlige informationer:
http://www.math.kth.se/4ecm/

Begivenheder

ved Poul Hjorth

1953 - 2003
Math. Scand. og Normat.

De to tidsskrifter Mathematica Scandinavica og Normat, Nordisk Matematisk Tidsskrift, har 50-års jubilæum i år.

Historien bag de to tidsskrifters oprettelse kan læses i artiklen af Bodil Branner: *On the foundation of Mathematica Scandinavica*. Den trykkes i år i Math. Scand., vol. 93 og kan også hentes på Matildes hjemmeside http:/
www.matilde.mathematics.dk/.

Hovedpersonen bag oprettelsen af begge tidsskrifter er Svend Bundgaard.

Begge tidsskrifter udgives af de fem nordiske matematiske foreninger i forening. Bag Normat har tillige stået foreninger i de nordiske lande, der repræsenterer matematiklærere i skolen.

Math. Scand. markerede sit 50-års jubilæum ved en reception fredag den 23. maj på Institut for Matematiske Fag på Aarhus Universitet. Svend Bundgaard var tidsskriftets første redaktionssekretær. Redaktionskontoret flyttede i 1954 med ham fra København til Århus, hvor det er forblevet siden.

SEVENTH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ORTHOGONAL POLYNOMIALS, SPECIAL FUNCTIONS AND APPLICATIONS

**AUGUST 18-22 2003,
COPENHAGEN, DENMARK**

The Department of Mathematics at the University of Copenhagen is happy to host the seventh International Symposium on Orthogonal Polynomials, Special Functions and Applications (OPSFA). The Department of Mathematics belongs to the building complex "The H.C.Ørsted Institute", devoted to mathematics, physics and chemistry. It is situated 2-3 kilometers away from the city centre with frequent bus connections. The participants are accomodated in various hotels in central Copenhagen.

Se
http://www.math.ku.dk/conf/opsfa2003/

Joint MaPhySto and QUANTOP Workshop on Quantum Measurements and Quantum Stochastics

**7-14 August, 2003,
University of Aarhus**

http://www.maphysto.dk/events2/QPFA2003/

DMF Sommerskole: Knuder, Geometriske minimalkonstruktioner og Operator algebra

Odense 25.- 27. august 2003

Sommerskolen er arrangeret i et samarbejde med forskerskolen OP-ALG-TOP-GEO; men som tidligere år er den primære målgruppe alle 2. dels og overbygnings studerende i matematik ved landets universiteter, uafhængig af den enkeltes specifikke faginteresse. Skolen er dog også åben for andre interesserede med tilsvarende faglig modenhed.

http://www.imada.sdu.dk/~hjm/OP-ALG-TOP-GEO/SOMMERSKOLE/

ESGI47. European Study Group with Industry

Det årlige af en række meget succesfulde møder hvor danske matematikere knuser industri-relaterede problemer. I år organiseret af Mads Clausen Instituttet.

Specielt er ph.d. studerende meget velkomne til at deltage og prøve kræfter med virkelighedens anvendelser!

Se: http://www.esgi47.sdu.dk/

WORKSHOP Wavelets and their generalizations

AUC, 15th-16th August 2003

For further information or registration for the workshop, please contact Merete Heide: merete@math.auc.dk

http://www.math.auc.dk/~merete/Workshop/
workshop_on_wavelets_and_their_g.htm

The 10th International Congress on Mathematical Education

Under the auspices of ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) the 10th International Congress on Mathematical Education, ICME-10, will be held in

**Copenhagen, Denmark.
July 4-11, 2004.**

The aim of the ICME congresses is to:

* Show what is happening in mathematics education worldwide, in terms of research as well as teaching practices

* Exchange information on the problems of mathematics education around the world

* Learn and benefit from recent advances in mathematics as a discipline

ICME-10 hopes to attract 3000-4000 researchers in mathematics education, mathematics educators, including teachers, and others working within the educational system, from around 100 countries.

http://www.icme-10.dk/

Se også om Mathematical Circus at ICME10 andetsteds i bladet.

4th ECM - The Fourth European Congress of Mathematics

Stockholm 27/6-2/7 2004

The Congress has a subtitle: 'Mathematics in Science and Technology'. Though the Congress will, as usual, try to cover all of mathematics (a daunting task) there will be a special place this time for applications of mathematics. This is in keeping with the Society's recent efforts to put applied mathematics high on its agenda. Since Stockholm is the home of the Nobel Prizes, a number of Nobel prizewinners have been asked to speak on the rôle of mathematics in their discipline. Creating room for this has meant that there will be no round table discussions at 4ecm. But this is a decision affecting 4ecm alone: it will be open to the organisers of 5ecm to reinstate the round tables.

http://www.math.kth.se/4ecm/

Mathematical Circus at ICME10 Copenhagen July 4 – 11 2004

As a part of the program directed towards children and a general public, we will arrange a mathematical circus during the conference days of ICME10. The idea is that this will attract local families, teachers and families of participants as a welcoming way of experience mathematical activities.

The circus will be located at campus in seven big tents. We have chosen different themes for each tent, and organize it as a journey through different worlds of mathematics. The themes are:

- Puzzles and games
- Etno-mathematics
- Techno-mathematics
- Mathematical competitions
- Mathematics and art
- Mathemagic
- Mathematics in daily life

The activities will be organized so that some children engage directly in the activity, and become a part of the performance, while other children will be audience. The equipment used, will be of a size that make them visible for everyone inside the tent. If it is possible, contributors will bring the equipment needed for their show.

We also call for mathematical clowns and jugglers!

Late afternoons and evenings will be aimed at older children and adults. This will be in an area outside the tents, but with a roof. Here we will engage mathematicians in giving popular talks for a general audience.

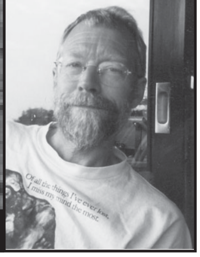
We invite teachers from all countries to contribute with circus activities. These should be activities that have been tried out with students in class, at mathematics fairs or other events aimed at engaging children in active participation. In this way we also have a chance to show how outdoor activities might be used as a tool for learning mathematics and have fun.

Suggestions for circus activities and popular presentations of mathematics should be sent to Vagn Lundsgaard Hansen,

V.L.Hansen@mat.dtu.dk, at latest December 1st 2003

Aftermath

ved Mogens Esrom Larsen



AFTERMATH

LØSNINGER

Alle opgaver er løst af Bent Fuglede.

Potenssummen

Denne opgave er foreslået af Else Høyrup.

Lad

$S = \sin^4 2° + \sin^4 7° + \sin^4 12° + \cdots + \sin^4 87°$

og

$T = \sin^4 3° + \sin^4 8° + \sin^4 13° + \cdots + \sin^4 88°$

Bestem værdien af $S + T$.

Løsning

13,5.

Summen deles i de 9 summer af formen for $n = 0, 1, \cdots, 8$:

$$\begin{aligned} &\sin^4(2+5n)° + \sin^4(88-5n)° \\ &+ \sin^4(47+5n)° + \sin^4(43-5n)° \end{aligned}$$

Hver af dem udregnes ved kvadrering af Pythagoras:

$$\begin{aligned} &\sin^4(2+5n)° + \cos^4(2+5n)° \\ &\quad + \cos^4(43-5n)° + \sin^4(43-5n)° \\ =&1 - 2\sin^2(2+5n)°\cos^2(2+5n)° \\ &\quad + 1 - 2\sin^2(43-5n)°\cos^2(43-5n)° \\ =&2 - \tfrac{1}{2}\left(\sin^2(4+10n)° + \sin^2(86-10n)°\right) \\ =&2 - \tfrac{1}{2}\left(\sin^2(4+10n)° + \cos^2(4+10n)°\right) \\ =&2 - \tfrac{1}{2} = 1,5 \end{aligned}$$

De øvrige opgaver er fra samlingen Kenneth S. Williams and Kenneth Hardy, *The Red Book of Mathematical Problems,* Dover Publications, Inc., Mineola (1997).

En sum af brøker

Bestem summen

$$S = \sum_{\substack{m,n=1 \\ (m,n)=1}}^{\infty} \frac{1}{mn(m+n)}$$

Løsning

$S = 2.$

$$\begin{aligned} T &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{mn(m+n)} \\ &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \int_0^1 x^{m+n-1} dx \\ &= \int_0^1 \left(\sum_{m=1}^{\infty} \frac{x^m}{m} \right) \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \right) \frac{dx}{x} \\ &= \int_0^1 \frac{\ln^2(1-x)}{x} dx \\ &= \int_0^{\infty} \frac{u^2 e^{-u}}{1-e^{-u}} du \\ &= \int_0^{\infty} u^2 \sum_n = 1^{\infty} e^{-nu} du \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} u^2 e^{-nu} du \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \end{aligned}$$

På den anden side har vi jo også

$$\begin{aligned} T &= \sum_{m,n=1}^{\infty} \frac{1}{mn(m+n)} \\ &= \sum_{d=1}^{\infty} \sum_{\substack{\mathrm{m,n}=1 \\ \mathrm{(m,n)=d}}}^{\infty} \frac{1}{mn(m+n)} \\ &= \sum_{d=1}^{\infty} \sum_{\substack{\mathrm{q,r}=1 \\ \mathrm{(q,r)}=1}}^{\infty} \frac{1}{d^3 qr(q+r)} \\ &= \left(\sum_{d=1}^{\infty} \frac{1}{d^3} \right) \sum_{\substack{\mathrm{q,r}=1 \\ \mathrm{(q,r)}=1}}^{\infty} \frac{1}{qr(q+r)} \\ &= S \left(\sum_{d=1}^{\infty} \frac{1}{d^3} \right) \end{aligned}$$

Men så er jo $S = 2$.

Tælling

Vis, at for ethvert naturligt tal, n, findes en cirkel, som indeholder netop n punkter i planen med heltallige koordinater.

Løsning

Betragt to heltalspunkter, (n, m) og (s, t). Antag, at de har samme afstand til punktet $(\sqrt{2}, \frac{1}{3})$. Altså, at

$$(n - \sqrt{2})^2 + (m - \tfrac{1}{3})^2 = (s - \sqrt{2})^2 + (t - \tfrac{1}{3})^2$$

Så er

$$2(n-s)\sqrt{2} = n^2 + m^2 - s^2 - t^2 + \tfrac{2}{3}(t - m)$$

Men så er $n = s$, så vi får

$$(m - t)(m + t - \tfrac{2}{3}) = 0$$

Eneste heltalsløsning er $m = t$.

En voksende cirkel med centrum i $(\sqrt{2}, \frac{1}{3})$ inddrager heltalspunkterne et efter et.

Utilstrækkelige tal

Vis, at der er uendelig mange naturlige tal, der ikke kan skrives som sum af et helt kvadrattal og et primtal.

Løsning

Lad $m \in \mathbb{N}$ og betragt $(3m+2)^2$. Af

$$(3m+2)^2 = n^2 + p$$

fås

$$p = (3m+2-n)(3m+2+n)$$

altså ligningerne

$$3m+2-n = 1$$
$$3m+2+n = p$$

der har løsningerne

$$m = \frac{p-3}{6}$$
$$n = \frac{p-1}{2}$$

så at

$$p = 3(2m+1)$$

hvoraf $m = 0$ og $p = 3$. Alle andre tal af formen $(3m+2)^2$ kan derfor ikke skrives som forlangt.

En ulighed

Lad $m > 1$ og $a_1, \cdots, a_m \in \mathbb{R}$ og

$$A_n = a_1 + \cdots + a_n, \quad n = 1, 2, \cdots m.$$

Vis, at

$$\sum_{n=2}^{m} \left(\frac{A_n}{n}\right)^2 \leq 12 \sum_{n=1}^{m} a_n^2$$

Der gælder endda

$$\sum_{n=1}^{m} \left(\frac{A_n}{n}\right)^2 \leq C \sum_{n=1}^{m} a_n^2, \quad C = \frac{64}{9} < 8$$

Løsning

Vi kan antage, at alle $a_n \geq 0$, da $|A_n| \leq \sum_{p=1}^{n} |a_p|$.

For $n = 1, 2, \cdots, m$ har vi

$$\sum_{n=1}^{m} \left(\frac{A_n}{n}\right)^2 = \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n^2} \sum_{p,q=1}^{n} a_p a_q \leq$$
$$2 \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{n^2} \sum_{1 \leq p \leq q \leq n} a_p a_q = 2 \sum_{q=1}^{m} a_q \sum_{p=1}^{q} a_p \sum_{n=q}^{m} \frac{1}{n^2}$$

Nu er

$$\sum_{n=q}^{m} \frac{1}{n^2} \leq \int_{q-\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{dt}{t^2} = \frac{1}{q-\frac{1}{2}} \leq \frac{4}{3}\frac{1}{q}$$

for $q > 1$, hvor vi ved anvendelsen af integralkriteriet har benyttet, at $\frac{1}{t^2}$ er konveks for $0 > t > \infty$. Nu fås

$$\sum_{n=1}^{m} \left(\frac{A_n}{n}\right)^2 \leq \frac{8}{3} \sum_{q=1}^{m} a_q \frac{1}{q} \sum_{p=1}^{q} a_p$$
$$= \frac{8}{3} \sum_{q=1}^{m} a_q \frac{A_q}{q}$$

Ved Cauchy's ulighed fås

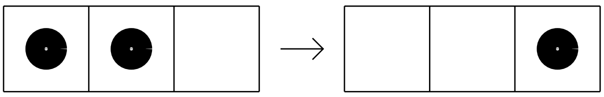
$$\left[\sum_{n=1}^{m} \left(\frac{A_n}{n}\right)^2\right)^2 \leq \left(\frac{8}{3}\right)^2 \sum_{q=1}^{m} a_q^2 \sum_{q=1}^{m} \left(\frac{A_q}{q}\right)^2$$

hvoraf det ønskede vises ved division med $\sum_{n=1}^{m} \left(\frac{A_n}{n}\right)^2$ (som kan antages > 0, da resultatet ellers er trivielt).

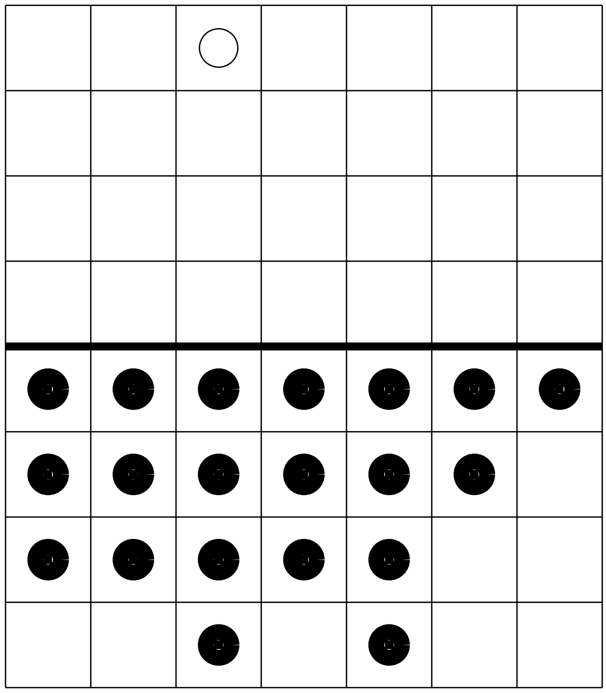
NYE OPGAVER

Spionen

Solitaire spilles med pinde, der på figurerne er angivet som sorte pletter. Der kan stå én eller ingen pind i et felt, som på figuren er angivet som et kvadrat. Reglen er, at en pind kan springe til et tomt felt over én anden pind, som derefter fjernes. Man siger, at den er *slået*.



Når man øver sig med pindene, får man let den tanke, at det er sjovt at prøve at ende så langt væk fra udgangspunktet som muligt. På figuren nedenfor er angivet en hær på 20 pinde, som er opstillet så gunstigt, at det er muligt at ende i feltet, der er markeret med en cirkel.



Spørgsmålet er, om dette er det bedste, vi kan opnå. Er det muligt at nå fem skridt ud fra fronten?

Arealet af en $\diamondsuit$

Bestem arealet af en $\diamondsuit$, givet ved formlen:

$$|x|^{\frac{2}{3}} + |y|^{\frac{2}{3}} \leq 1$$

Opgaven generaliseres umiddelbart til

$$\diamondsuit_p = \left\{(x, y) \middle| |x|^{\frac{2}{p}} + |y|^{\frac{2}{p}} \leq 1\right\}$$

med arealerne π for $p = 1$ og 2 for $p = 2$.

Kompleks algebra

Lad $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ være komplekse tal, så at $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^m$ er et helt tal for enhver positiv hel eksponent, m.

Vis, at polynomiet $\prod_{i=1}^{n}(x - \alpha_i)$ har hele koefficienter.

Peterspladsen i Rom er et godt eksempel på at bag stor arkitektur ligger ofte enkle geometriske former